



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Introduktion til stålkonstruktioner

udvalgte ESDEP-lektioner

Kloch, Søren; Albertsen, A.

Publication date:
1997

Document Version
Tidlig version også kaldet pre-print

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Kloch, S., & Albertsen, A. (1997). *Introduktion til stålkonstruktioner: udvalgte ESDEP-lektioner*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Nr. U9711

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- ? Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- ? You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- ? You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

INSTITUTTET FOR BYGNINGSTEKNIK

DEPT. OF BUILDING TECHNOLOGY AND STRUCTURAL ENGINEERING
AALBORG UNIVERSITET • AAU • AALBORG • DANMARK

S. KLOCH, A. ALBERTSEN
INTRODUKTION TIL STÅLKONSTRUKTIONER
Udvalgte ESDEP-lektioner
OKTOBER 1997

ISSN 1395-8232 U9711

FORORD

ESDEP-materialet er et fælleseuropæisk undervisningsmateriale, udarbejdet af en række arbejdsgrupper under projektet European Steel Design Education Programme. Materialet stilles vederlagsfrit til rådighed for undervisningen i stålkonstruktioner i alle de deltagende europæiske lande. Der sigtes mod undervisning på følgende 3 niveauer:

Niveau A:	Grundkurser for ingeniørstuderende
Niveau B:	Kurser for studerende med speciale i stålkonstruktioner
Niveau C:	Efteruddannelseskurser

Materialet er udarbejdet på engelsk og fylder i alt 23 ringbind. En oversigt over samtlige lektioner findes på næste side. Nærmere oplysninger om materialet kan fås ved henvendelse til undertegnede eller til Dansk Stålinstitut, Odense.

En arbejdsgruppe bestående af Aksel Albertsen og Søren Kloch, begge Aalborg Universitet, Peter Ehlers, Ingeniørhøjskolen i Århus, Ida Larsen, Ingeniørhøjskolen i Sydsjælland og O. Al-Erhayem, DTU-Helsingør, har i perioden 1995 - 1997 oversat og bearbejdet en række lektioner fra ESDEP-materialet. Arbejde er udført med støtte fra Undervisningsministeriets TUR-midler og Dansk Stålinstitut, Odense.

Originalmaterialet består af en række selvstændige lektioner, og da redigeringen ikke har omfattet en egentlig sammenskrivning af de enkelte lektioner, vil der være en del gentagelser, når man læser lektionerne i sammenhæng. Lektionerne tager udgangspunkt i Eurocode 3: Stålkonstruktioner, som den nye danske norm DS 412 (august 1998) ligger tæt op ad. Derfor er der generelt set ikke redigeret i normstoffet i lektionerne.

I indledningen til hver lektion er der henvist til en række lektioner, der indeholder de nødvendige forudsætninger for at forstå den aktuelle lektion samt henvisninger til lektioner om beslægtede emner. Danske titler henviser til oversatte lektioner, medens *engelske titler* refererer til lektioner, der ikke er oversat.

Ved hver lektion er desuden anført den eller de personer, der har oversat og bearbejdet den pågældende lektion. Af hensyn til den løbende revision af materialet anmodes læserne om meddele konstaterede fejl og mangler direkte til disse personer.

Nærværende kompendium består af et stærkt begrænset udvalg af de oversatte ESDEP-lektioner og er specielt beregnet på den introduktion til stålkonstruktioner som gives i undervisningen i Konstruktionsdimensionering på B-sektorens 3. semester ved Aalborg Universitet.

Et fyldigere udvalg til brug for den grundlæggende undervisning i stålkonstruktioner på Aalborg Universitet og Ingeniørhøjskolen i Århus findes i kompendierne "Stålkonstruktioner, Elementer" (U9712) og "Stålkonstruktioner, Samlinger" (U9713), begge dateret december 1997.

September 1997

Aksel Albertsen

Søren Kloch

Genoptrykt med mindre rettelser august 1998, august 1999 og august 2000.

OVERSIGT OVER ESDEP- MATERIALETS INDHOLD:

- Kapitel 1A Økonomiske og kommercielle faktorer
- 1B Introduktion til udformning og beregning af stålkonstruktioner
 - 2 Anvendt metallurgi
 - 3 Fabrikation og montage
 - 4A Beskyttelse mod korrosion
 - 4B Beskyttelse mod brand
 - 5 CAD/CAM (computer aided design and manufacture)
 - 6 Anvendt stabilitetsteori
 - 7 Konstruktionselementer
 - 8 Tynde plader og skaller
 - 9 Tyndpladekonstruktioner
 - 10 Komposit-konstruktioner
 - 11 Samlinger - statisk last
 - 12 Udmattelse
 - 13 Konstruktioner af rør
 - 14 Konstruktionssystemer - bygninger
 - 15A Konstruktionssystemer - offshore
 - 15B Konstruktionssystemer - broer
 - 15C Beholdere, master, tårne og skorstene
 - 16 Reparation og levetidsvurdering
 - 17 Jordskælvspåvirkede konstruktioner
 - 18 Konstruktioner af rustfrit stål

ENGELSKE KAPITELOVERSKRIFTER:

- Chapter 1A Steel Construction: Economic and Commercial Factors
- 1B Steel Construction: Introduction to Design
 - 2 Applied Metallurgy
 - 3 Fabrication and Erection
 - 4A Protection: Corrosion
 - 4B Protection: Fire
 - 5 Computer Aided Design and Manufacture
 - 6 Applied Stability
 - 7 Elements
 - 8 Plates and Shells
 - 9 Thin-Walled Construction
 - 10 Composite Construction
 - 11 Connection Design: Static loading
 - 12 Fatigue
 - 13 Tubular Structures
 - 14 Structural Systems: Buildings
 - 15A Structural Systems: Offshore
 - 15B Structural Systems: Bridges
 - 15C Structural Systems: Miscellaneous (Bins, Towers & Masts, Chimneys)
 - 16 Structural Systems: Refurbishment
 - 17 Seismic Design
 - 18 Stainless Steel

INDHOLDSFORTEGNELSE

Lektion	Emne	Side
7.4.1	Trækstænger	5
7.8.1	Bjælker fastholdt mod sideudbøjning I	17
7.8.2	Bjælker fastholdt mod sideudbøjning II	29
6.3	Elastisk instabilitet	43
7.5.1	Søjler I	53
11.1.1	Samlinger i bygninger	71
11.1.2	Introduktion til dimensionering af samlinger	85
11.3.1	Samlinger med uspændte bolte	97

Lektion 7.4.1: Trækstænger I

FORMÅL

At beskrive typiske anvendelser af trækstænger samt at forklare udledningen af reglerne i Eurocode 3.

FORUDSÆTNINGER

Grundlæggende materiale- og styrkelære.
Kendskab til principperne for dimensionering i brudstadiet.

BESLÆGTEDE LEKTIONER

Lektion 7.12: *Trusses and Lattice Girders*
Lektion 11.1.2: Introduktion til samlinger

TILHØRENDE TALEKSEMPLER

Eksempel 7.3: *Tension Members I*

RESUMÉ

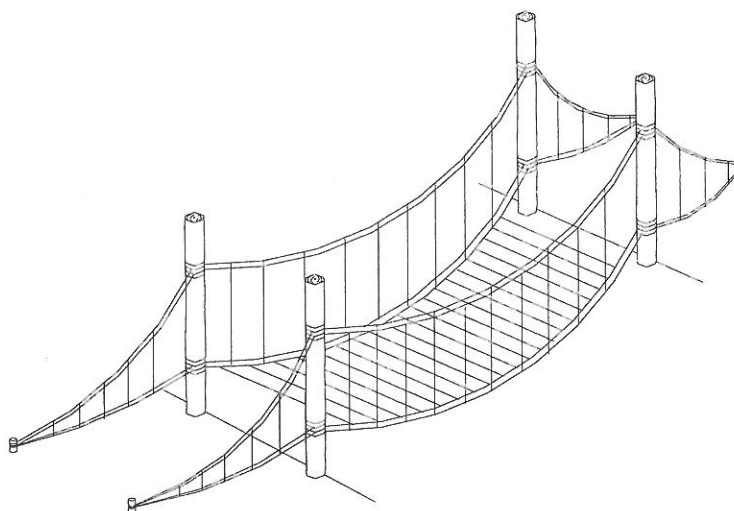
Lektionen beskriver først brugen af trækstænger i forskellige konstruktioner. Dernæst studeres brudmåden af en trækstang, især i forbindelse med samlinger med boltehuller. Endelig præsenteres de dimensioneringsformler, der er foreslået i Eurocode 3.

Oversat og bearbejdet af A. Albertsen, Aalborg Universitet, marts 1996. Revideret juli 1997.

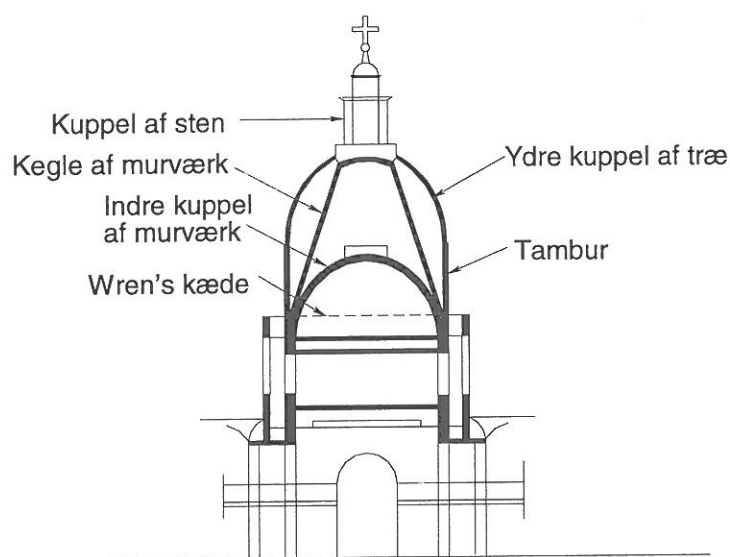
1. INDLEDNING

Virkemåden af en konstruktion kan beskrives som en balance mellem konstruktionselementer, der skal modstå enten træk- eller trykspændinger. Da de natur-givne materialer er bedre egnede til at modstå tryk end træk, har bygmesterens /designerens opgave oprindeligt været at forsøge at undgå trækspændinger, for eksempel ved at udvikle systemer som buer og hvælvinger. Ved særlig behandling af de "naturlige" materialer havde man held til at udvikle konstruktioner, hvor optagelsen af træk spillede en fundamental rolle (*figur 1*). I begyndelsen var dette dog som regel begrænset til midlertidige konstruktioner.

Selv i konstruktioner, der væsentligst baserer sig på optagelse af tryk, kan det imidlertid forekomme, at elementer, der kan modstå træk, spiller en væsentlig rolle i sikring af konstruktionens stabilitet (*figur 2*). 1700-tallets industrielle revolution, som medførte den grundlæggende udvikling af de jernbaserede materialer, bragte store fremskridt i udnyttelsen af træk i konstruktionerne, idet rent træk nu kunne optages sikkert og uden de holdbarhedsproblemer, der tidligere havde været forbundet med anvendelse af de naturlige materialer.

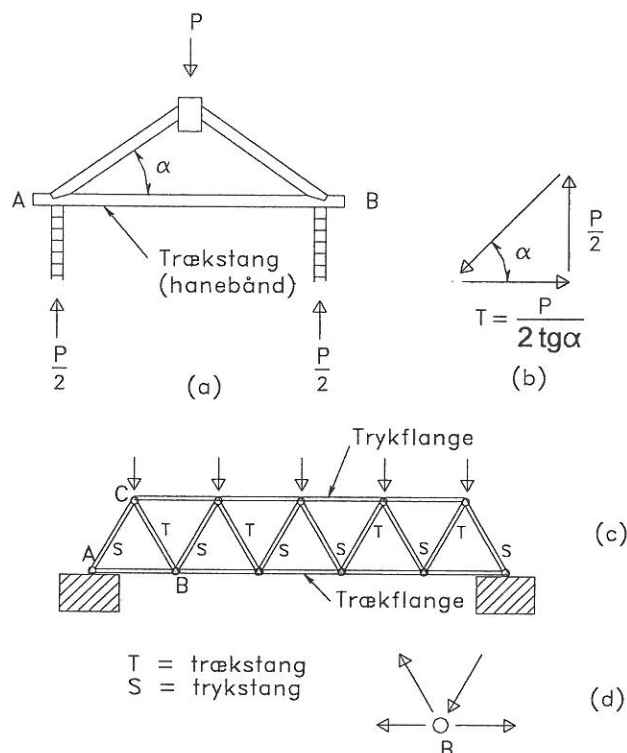


Figur 1. Primitiv midlertidig bro.



Figur 2. En gammel konstruktions brug af elementer med træk
(St Paul's Cathedral, London).

På *figur 3* er der vist et par simple konstruktioner med trækstænger, nemlig en tagkonstruktion med et trækbånd (hanebånd) og en gitterdrager, hvor underflangen og adskillige af diagonalerne er udsat for træk. I de senere år er udviklingen gået i retning af anvendelse af kabler som trækelementer i tagkonstruktioner, broer, master og kraner etc. Denne lektion behandler de konventionelle trækstænger, medens lektion 7.4.2 behandler anvendelsen af kabler



Figur 3. Simple konstruktioner med trækstænger.

2. SPÆNDINGSFORDELING I EN TRÆKSTANGS TVÆRSNIT

2.1 Generelt

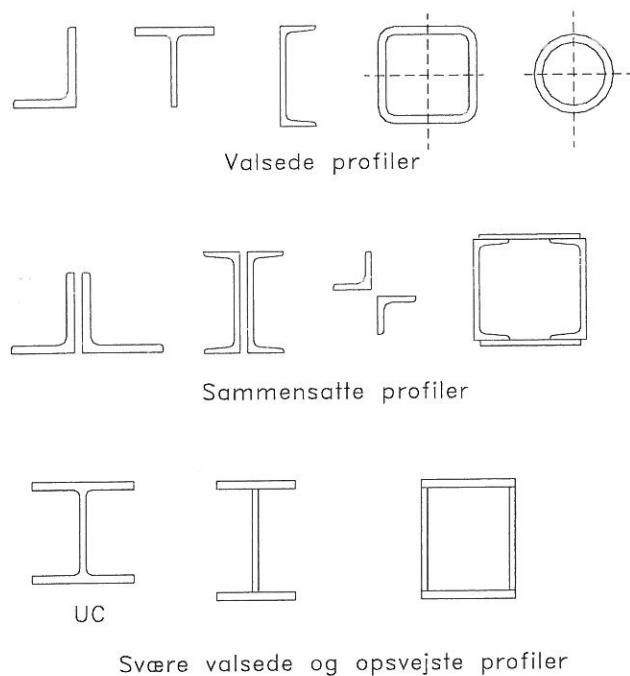
Til trækstænger benyttes der sædvanligvis simple valsede profiler i form af stænger og fladprofiler eller andre valsede profiler med L-, T- eller U-tværsnit samt rørprofiler med rørformet tværsnit. I tilfælde af, at der er behov for et større tværsnitsareal, end man kan opnå med disse profiler, eller hvis udformningen af en samling kræver det, kan man kombinere de nævnte profiler eller bygge et specialtværsnit op af plader (*figur 4*).

Hensynet til stivheden bevirker, at fladprofilerne ikke benyttes ret meget. I praksis begrænses slankhedsforholdet L/i (se afsnit 3.1) for alle profiltyper til 300 for kraftoptagende elementer og til 400 for rent afstivende elementer (denne regel gælder naturligvis ikke for rundprofiler). I almindelighed foretrækkes simple, valsede profiler, medens de sammensatte profiler kun benyttes til optagelse af store trækkræfter eller i tilfælde, hvor der skal optages samtidig træk og bøjning.

I almindelighed antages det, at trækkræften resulterer i en spænding, der er jævnt fordelt over trækstangens tværsnit. Følgende forhold peger dog i retning af en ujævn fordeling

- tilstedeværelsen af egenpændinger fra fremstillingen
- forholdene i samlingerne

Betydningen heraf behandles i afsnit 2.2 og 2.3.

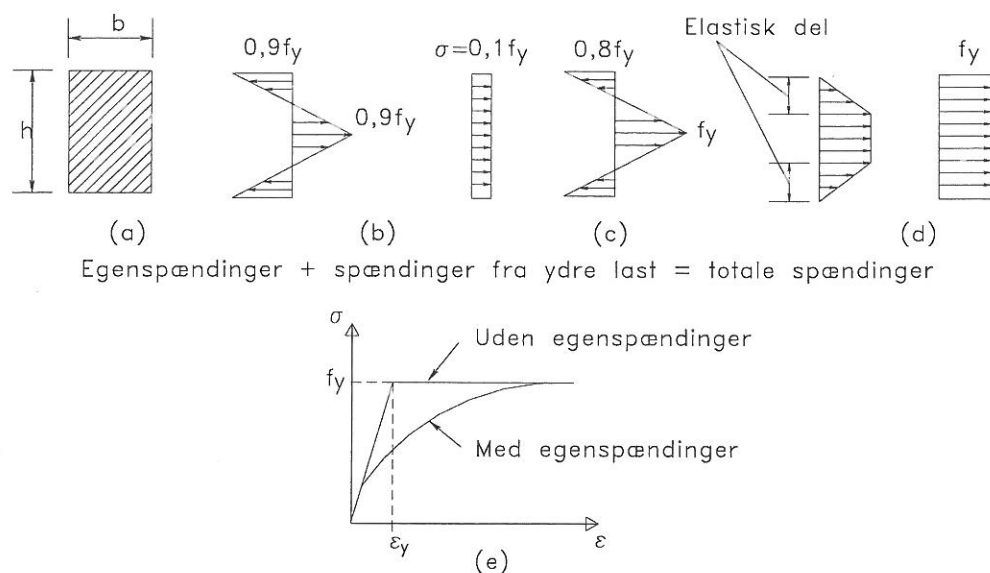


Figur 4. Tværsnit af trækstænger.

2.2 Egenspændinger

Under formgivningsprocessen opstår der egenspændinger. De kan være termiske eller mekaniske. I første tilfælde som følge af stålets størkning eller i forbindelse med svejsning, i det andet tilfælde som følge af mekanisk krumning eller udretning af et konstruktionselement. De således indførte spændinger repræsenterer kræfter, der er i ligevægt, og skønt de ikke påvirker tværsnittets brudbæreevne, medfører de såvel ikke-lineariteter i tøjnings-/spændingsrelationerne som større deformérbarhed.

Som eksempel betragtes et rektangulært tværsnit med egenspændinger, se *figur 5*. Tværsnittet belastes med en træknormalkraft. Skønt denne kraft giver anledning til normalspændinger jævnt fordelt over tværsnittet, vil de resulterende spændinger ikke være jævnt fordelt. Når den resulterende spænding (se *figur 5c*) i en fiber når op på flydespændingen f_y , vil flydningen i denne begynde. Hvis den ydre last forøges, vil den del af tværsnittet, der opfører sig elastisk, blive mindre (se *figur 5d*), og brudstadiet nås, når der er flydning i hele tværsnittet. Bemærk, at selv om arbejdslinien for tværsnittet bliver ikke-lineær, se *figur 5e*, hvor σ er den jævnt fordelte spænding fra træknormalkraften, bliver brudbæreevnen den samme, uanset om der er egenspændinger eller ej.



Figur 5. Egenspændingernes indflydelse på materialets arbejdslinie.

2.3 Samlinger

Samlinger udføres som regel ved svejsning eller boltning.

Når der skal samles flere konstruktionselementer i samme knude, vil det ofte være nødvendigt at tilføje ekstra plader for at muliggøre samlingen. Dette medfører hyppigt sekundære virkninger i form af momenter, der skyldes lokale ekscentriciteter. Disse kan af og til reduceres ved passende fordeling af svejsesømmenes længde henholdsvis boltenes placering.

Hertil kommer, at tilstedeværelsen af boltehuller har en meget væsentlig indflydelse på tværsnittets spændingsfordeling, som vil afvige markant fra den "ideelle" jævne fordeling i stangen uden for samlingen.

Først og fremmest er tværsnittet naturligvis reduceret. Desuden vil der rundt om hullet være en meget uensartet tøjningsfordeling, og dermed fås lokalt også en meget uensartet spændingsfordeling, se figur 6. For en lineær-elastisk plade med uendeligt stor bredde er fordelingen givet ved:

$$\sigma_o = \sigma \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{R}{x} \right)^4 \right] \quad (1)$$

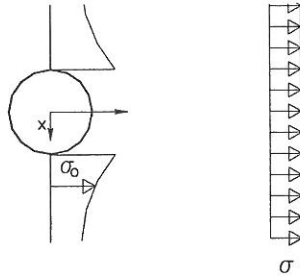
for $x \geq R$

Her er R er hullets radius,

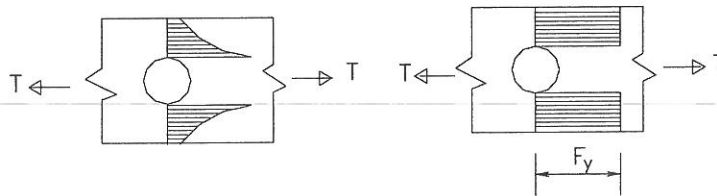
x afstanden fra midten af hullet til det betragtede punkt, og

σ er den jævnt fordelte spænding i den tilsvarende plade uden hul.

Når $x = R$ fås $\sigma_o = \max \sigma_o = 3\sigma$



(a)



(b) Elastisk spændingsfordeling

(c) Spændingsfordeling ved brud

Figur 6. Spændingsfordeling i et tværsnit med et hul.

For at kompensere for den lokale svækkelse benyttes nettotværsnittet, der normalt defineres som stangarearealet med fradrag af hullet/hullerne. Det skal dog bemærkes, at fastsættelsen af et nettotværsnit i visse tilfælde sker under hensyntagen til en række forhold, der har med materialeegenskaberne og samlingens virkemåde at gøre, f. eks.

- materialets duktilitet (sejhed),
- fremstillingsmåden for hullerne (lokale revner nedsætter duktiliteten)
- forholdet mellem huldiametre og hulafstande (evt. tilstedeværelse af toaksede spændingstilstande).

3. BEREGNING

For trækstænger går beregningerne som regel ud på at beregne trækmodstandsniveauet. Da materialet udnyttes optimalt - som regel jævnt fordelt spænding i hele (netto-) tværsnittet - bliver elementerne ofte så slanke, at det er nødvendigt at kontrollere deres stivhed.

3.1 Stivhedskrav

Trækstænger er som regel (ud over træk) påvirket af et bøjningsmoment, der dels skyldes deres egen vægt, dels dynamiske påvirkninger fra vind eller anden ydre last (f. eks. passage af et køretøj), og de i praksis næsten uundgåelige ekscentriciteter i samlingerne. God konstruktionspraksis tager ofte højde for dette, således at en nøjagtig beregning af den kombinerede virkning langt fra altid er nødvendig. Som omtalt i afsnit 2.1 er grænserne for slankhedsforholdet 300

hhv. 400 for kraftoptagende elementer og for rent afstivende elementer. Det kan dog forekomme, at der stilles strengere krav, se f. eks *Tabel 1*, som gengiver bestemmelserne i to amerikanske normer.

	AISC	AASHTO
Hovedkonstruktion	240	200
Afstivende konstrukt.	300	240
Elementer med vekslende last	-	140

Slankhedsforholdet er defineret som:

L/i hvor $i^2 = I/A$

og

L = elementets længde
 i = tværsnittets mindste inertiradius
 I = tværsnittets mindste inertimoment
 A = tværsnitsarealet

Tabel 1. Eksempler på max. værdier af slankhedsforholdet for trækstænger

3.2 Tværsnittets modstandsevne

Ved beregningen af modstandsevnen skal følgende undersøgelser foretages:

- Kontrol af bæreevne for *statiske* laster
- Kontrol for vekslende laster

Denne lektion behandler kun tilfælde a. Angående beregning af trækstænger for udmattelseslast henvises til lektionerne i hovedafsnit 12 [*ikke medtaget i denne udgave*].

For et tværsnit uden huller beregnes modstandsevnen af udtrykket

$$N_{pl,Rd} = A f_{yk} / \gamma_{M1} \quad (2)$$

hvor A = tværsnittets bruttoareal
 f_{yk} = den karakteristiske flydespænding
 γ_{M1} = partialkoefficienten på flydespændingen

Når et konstruktionselement indgår i en boltet samling, svækkes tværsnittet 10 à 20 % af bruttoarealet. Dette medfører følgende to problemer:

- konsekvenserne af reduktionen
- forekomsten af spændingskoncentrationer ved hullet/hullerne

Spændingerne kan - se ligning (1) og *figur 6* - give spændinger på op til tre gange den jævnt fordelte spænding i den intakte del af elementet uden for samlingen. Takket være stålets sejhed forudsættes det imidlertid, at spændingerne (efter lokal flydning) vil fordele sig jævnt over nettotværsnittet.

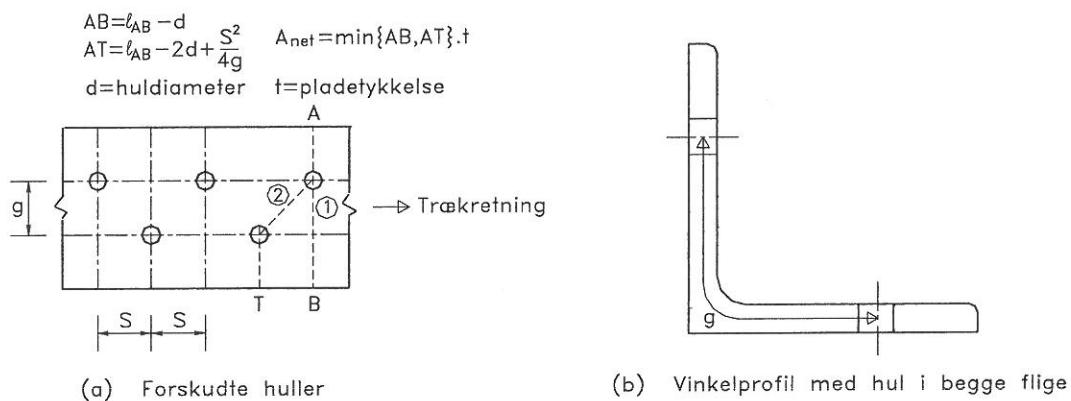
For huller, der fremstilles ved lokning uden specielle foranstaltninger (som f. eks. kunne være oprivning til større diameter), bør der regnes med en lidt større diameter end den faktiske for at tage hensyn til den beskadigelse af materialet, der sker ved lokningen. For huller til forsænkede skruer er det diameteren af den forsækning, som giver plads for skruehovedet, der benyttes i beregningerne.

3.2.1 Nettoareal

I både Eurocode 3 (5.4.2.2) og DS 412 (6.3) fastsættes nettoarealet således:

"Et elements eller et elementtværsnits nettoareal skal sættes lig med dets bruttoareal med fradrag for alle huller og andre åbninger. Hvis hullerne til samlingselementer ikke er forskudt, sættes det samlede fradragsareal for sådanne huller lig med den maksimale sum af hullernes tværsnitsarealer i et tværsnit vinkelret på elementets akse."

Når hullerne er forskudt, se *figur 7a*, er spændingsfordelingen mere kompliceret end beskrevet i afsnit 2.



Figur 7. Bestemmelse af nettoareal.

Nettoarealet beregnes da efter særlige formler, f. eks. for snit A-T, hvor snitlængden regnes forøget med værdien $S^2/(4g)$ (Cochrane's regel). I det ovenfor citerede afsnit af Eurocode 3 står der følgende om dette:

"Når hullerne er forskudt, skal det samlede fradragsareal være den største værdi af:

- a) fradraget for ikke forskudte huller;
- b) summen af tværsnitsarealet af alle huller i enhver diagonal eller zigzaglinie, der forløber progressivt over elementet eller en del af elementet minus $S^2/(4g)$ for hver rækkeafstand i kæden af huller, se *figur 7a*, hvor
 - S er den forskudte deling, afstanden mellem centrene for to på hinanden følgende huller i kæden, målt parallelt med elementets akse,
 - g er afstanden mellem centrum af de samme to huller, målt vinkelret på elementets akse, og
 - t er tykkelsen."

I et vinkelprofil eller et andet element med huller i mere end ét plan skal afstanden g måles langs profilets fligmidte, se *figur 7b*.

3.2.2 Modstandsevne af nettotværsnit

I princippet kontrolleres nettoarealets bæreevne ved formlen

$$N_R = A_{\text{net}} f_{yk} / \gamma_{M2} \quad (3)$$

hvor

A_{net} er nettoarealet, og

γ_{M2} er partialkoefficienten for trækbrudstyrken

Det viser sig imidlertid nødvendigt at tage hensyn til virkningen på trækstangen som helhed. Antag f. eks., at den del af stangen, der er påvirket af forholdene ved samlingen, udgør ca. 5 % af hele stanglængden, samt at tøjningen ved brud i samlingen er 10 gange flydetøjningen (se *figur 8*). Idet stangen uden for samlingen antages at flyde samtidig med, at brudlasten i samlingen opnås, fås følgende forlængelser:

$$\text{I samlingszonen: } \Delta l_c = 0,05 \cdot 10 \cdot \epsilon_y L_{\text{TOT}} = 0,5 \cdot \epsilon_y L_{\text{TOT}}$$

$$\text{I stangen iøvrigt: } \Delta l_m = 0,95 \cdot \epsilon_y L_{\text{TOT}} = 0,95 \cdot \epsilon_y L_{\text{TOT}}$$

$$\text{hvoraf fås } \Delta l_c / \Delta l_m \approx 0,5 \quad (4)$$

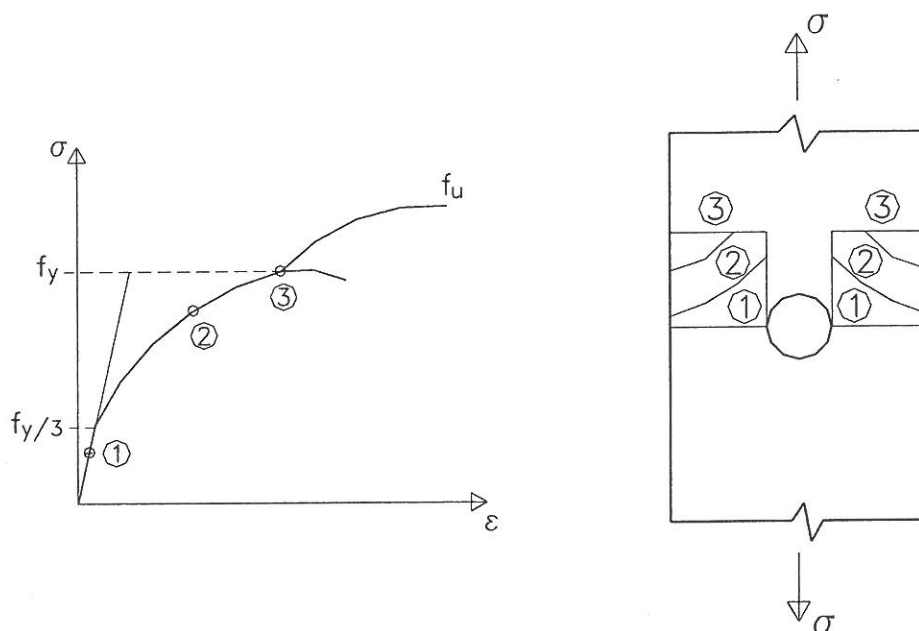
Forlængelsen i samlingszonen er således meget mindre end i stangen iøvrigt.

Dette er baggrunden for, at det tillades, at spændingen i samlingszonen overskrider flydespændingen, og at den må gå helt op til brudspændingen. Implicit forudsættes det således, at det er elementets totale deformation, der afgør, hvornår dets bæreevne er udtømt.

Ved beregning af bæreevnen ud fra nettoarealet skal der også tages hensyn til de i praksis uundgåelige ekscentriciteter. I både Eurocode 3 og DS 412 gøres dette ved at indføre en reduktionsfaktor på 0,9, og kontrollere nettoarealet ved hjælp af udtrykket:

$$N_{\text{net.Rd}} = 0,9 A_{\text{net}} f_{uk} / \gamma_{M2} \quad (5)$$

hvor γ_{M2} er partialkoefficienten på trækstyrken.



Figur 8. Arbejdskurve for nettotværsnit samt udvikling af spændingsfordelingen.

3.2.3 Eftervisning

Eftervisningen af, at modstandsevnen er tilstrækkelig, sker ved formelen

$$N_{sd} \leq N_{Rd} \quad (6)$$

hvor N_{sd} er den regningsmæssige trækraft, og N_{Rd} er den mindste af de to værdier for den regningsmæssige modstandsevne, der fås af ligning (2) og (5).

Hvis der tilstræbes en sej brudform, kan det med henvisning til *figur 8* konstateres, at elementet skal flyde, før der bliver brud i samlingen, dvs.:

$$N_{plRd} \leq N_{netRd} \quad (7)$$

eller

$$0,9 \cdot \frac{A_{net}}{A} \geq \frac{\gamma_{M2} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1} \cdot f_{uk}} \quad (8)$$

Til sidst skal omtales eftervisning for samlinger i kategori C. Det drejer sig om samlinger, som forspændes med højstyrkebolte, således at der ikke sker indbyrdes glidning mellem de dele, der samles, før bruddet indtræffer. I dette tilfælde er svigtkriteriet for nettotværsnittet, dvs. i samlingen, et flydekriterium - og altså ikke et deformationskriterium som det, der førte til ligning 5. Modstandsevnen er her givet ved:

$$N_{netRd} = A_{net} f_{yk} / \gamma_{M1} \quad (9)$$

4. AFSLUTTENDE RESUMÉ

1. Muligheden for at udnytte træk i konstruktionerne har øget antallet af praktisk anvendelige konstruktionsformer betydeligt.
2. Trækstænger kan udformes med et stort antal forskellige tværsnit. Når disses fulde bæreevne skal udnyttes, er det nødvendigt at tage hensyn til egenspændinger og samlinger.
3. Modstandsevnen for tværsnittet i en trækstang beregnes ud fra den antagelse, at hele tværsnittet flyder.
4. Brudformerne for en trækstang kan beskrives enten som flydning af bruttotværsnittet eller som brud i samlingen. Den regningsmæssige modstandsevne fås ved at dividere de relevante modstandsevner med passende partialkoefficienter.
5. Hvis der ønskes en sej svigtform, f. eks. for cyklisk last, bør flydning i bruttotværsnittet optræde, før der sker brud i nettotværsnittet.
6. Trækstængers slankhed bør begrænses for at undgå store deformationer under transport, montage, vedligeholdelse etc.

5. LITTERATURHENVISNINGER

1. Dowling, P.J., Knowles, P., Owens, G.W., "Structural Steel Design", The Steel Construction Institute & Butterworths, 1988.
2. Worgan, W., "The Elements of Structure", Pitman 1964.
3. Mouthkhanov, K., "Constructions métalliques", MIR 1978.
4. Salmon, C.G. and Johnson, J.E., "Steel Structures, 2nd Edition", Harper & Row 1980.
5. Torroja, E.; "Razón y Ser de los Tipos Estructurales", IETCC 1960.
6. Zignoli, V.; "Costruzioni Metalliche", UTET 1978.
7. Chr. Petersen, "Stahlbauten", Vieweg Verlag, Braunschweig 1988.

Lektion 7.8.1: Bjælker fastholdt mod sideudbøjning, I

FORMÅL

At gøre rede for de metoder, der i henhold til Eurocode 3 benyttes ved dimensionering af kompakte bjælker fastholdt mod sideudbøjning, når disse er påvirket til bøjning og forskydning.

FORUDSÆTNINGER

Teknisk elasticitetsteori for enakset bøjning.
Simpel vridningsteori.

BESLÆGTEDE LEKTIONER

- Lektion 7.2: Klassifikation af tværsnit
- Lektion 7.8.2: Bjælker fastholdt mod sideudbøjning, II
- Lektion 7.9.1: Bjælker uden fastholdelse mod sideudbøjning, I
- Lektion 7.9.2: Bjælker uden fastholdelse mod sideudbøjning, II

TILHØRENDE TALEKSEMPLER

- Eksempel 7.8(i): Simpelt understøttet I-bjælke påvirket til bøjning og forskydning
- Eksempel 7.8(ii): Udkraget, indspændt RHS-bjælke påvirket til skæv bøjning og forskydning
- Eksempel 7.8(iii): Opsvejst krandrager med enkeltsymmetrisk tværsnit

RESUMÉ

Denne lektion omhandler bjælker, hvis dimensionering udelukkende kan baseres på elementært kendskab til materialestyrken. Der gøres rede for en sådan bjælkes virkemåde, når den er påvirket til ren bøjning, og dette fører frem til definition af tværsnittets modstandsmoment som grundlag for styrkedimensioneringen. Desuden omtales forskydningsbæreevne, virkning af lokale, koncentrerede laster samt hensynet til begrænsning af nedbøjninger. Endelig berøres emner som skæv bøjning samt kombineret bøjning og vridning.

Oversat og bearbejdet af A. Albertsen, Aalborg Universitet, marts 1996. Rev. Juli 1997.

1. INDLEDNING

Det mest grundlæggende konstruktionselement er nok bjælken, der spænder mellem to understøtninger og overfører laster hovedsageligt ved enakset bøjning. Dimensioneringen af en stålbjælke kan ofte klares med blot en smule mere viden end kendskabet til elementær bøjningsteori. Hertil medvirker det store antal bjælketyper og -profiler, der fås som standard på markedet. Det vil dog af og til forekomme, at også andre påvirkninger end enakset bøjning må inddrages i dimensioneringen.

Hovedformålet med denne lektion er at fokusere på den klasse af bjælker, der stort

set kan dimensioneres ud fra materialestyrken alene. Denne type bjælker benævnes "sidefastholdte, kompakte bjælker". For at falde i denne kategori må en bjælke

- ikke være *lokalt* instabil (se lektion 7.2 vedr. tværsnitsklasse 4)
- og ikke være *globalt* instabil (se lektion 7.9.1 og 7.9.2 vedrørende bjælker uden sidefastholdelse).

En yderligere begrænsning ligger desuden i, at bjælken enten skal være statisk bestemt, eller - hvis den er statisk ubestemt - at beregningen af dens momentfordeling skal foretages ud fra forudsætningen om lineærelastisk opførsel.

Førstnævnte krav vil være opfyldt, hvis forholdet mellem bredde og tykkelse af de enkelte tværsnitsdele ikke overstiger en vis grænseværdi. Tværnit, hvor forholdet flangebredde/flangetykkelse eller forholdet bjælkehøjde/kroptykkelse etc. holdes under de relevante grænseværdier, så deres fulde plastiske bæreevne kan udnyttes, tilhører enten tværsnitsklasse 2 eller tværsnitsklasse 3 i henhold til Eurocode 3. De fleste varmtvalsede profiler, herunder alle IPE-, HE-B- og HE-M-profiler, opfylder disse betingelser. Hvis man derimod benytter f. eks. opsvejste profiler, vil det ofte være nødvendigt at foretage en særlig undersøgelse, der som regel kan støtte sig til simple regler angivet i konstruktionsnormerne. I denne lektion forudsættes det, at bjælkens tværnit i værste fald tilhører klasse 2 eller 3, samt - i tilfælde af at tværnittet er på grænsen til at tilhøre klasse 1 - at snitkræfterne beregnes på basis af elasticitetsteorien.

Den globale instabilitet - kipning af bjælken - vil *ikke* være aktuel, hvis blot én af nedenstående betingelser er opfyldt:

- der er bøjning om tværnittets svage akse;
- der er fuld sideafstivning af den trykkede flange, f. eks. ved fastgørelse af overflangen af en simpelt understøttet bjælke til en betonplade;
- der er etableret sideafstivninger med lille indbyrdes afstand, så slankheden i bjælkens svage retning (L/i_z) bliver passende lille;
- trykflangen er i tilstrækkelig grad fastholdt mod vridning, f. eks. ved anvendelse af en profileret kropplade;
- bjælkens tværnit har stor vridnings- og sidestivhed - f. eks. vil der sjældent være problemer med kipning af rektangulære hulprofiler påvirket til bøjning om tværnittets stærke akse.

Hvis et tag eller et etagedæk bæres af en kontinuert bjælke, må der træffes foranstaltninger til at sikre den fornødne stabilitet mod kipning på de strækninger, hvor der er tryk i underflangen. Dette forekommer f. eks. ved mellemunderstøtningerne for nedadrettet last og ved midten af bjælkefagene for resulterende opadrettet last.

Inden for rammerne af denne lektion vil alle bjælker, der falder ind under ovennævnte kategorier, blive betragtet som fastholdt mod sideudbøjning.

2. BJÆLKETYPER

Valget af bjælke type til en given konstruktion afhænger af adskillige faktorer, hvoraf nogle kan være indbyrdes modstridende. F. eks. skal bjælken naturligvis være stærk nok, men den må heller ikke få for store nedbøjninger.

Bjælken skal desuden udformes, så det bliver let at samle den med de omgivende konstruktionsdele, hvilket ofte foregår på byggepladsen som en såkaldt montagesamling. Denne bør være simpel og hurtig at udføre, så kravet om specialviden hos de udførende og behovet for særligt udstyr ved montagen kan holdes på et minimum. Desuden kan der være særlige forhold, som betinger valg af specialprofiler, f. eks. bjælker med åbninger i kroppen til brug for krydsende installationer, eller man kan vælge profiler med varierende højde af arkitektoniske grunde.

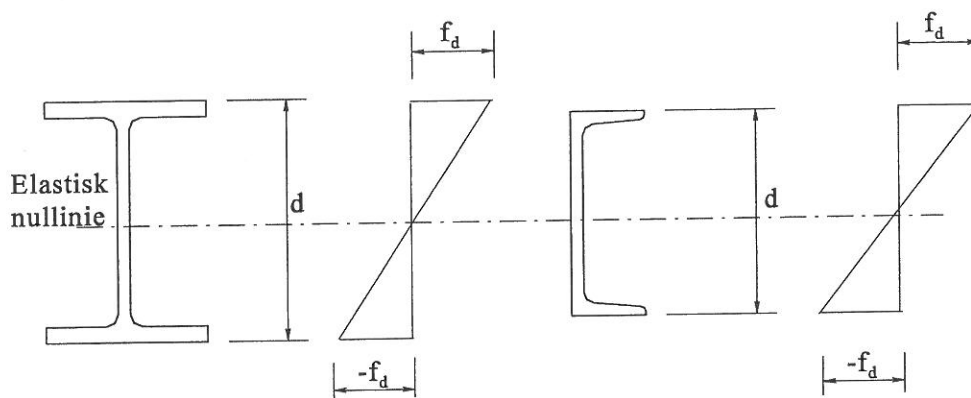
I Tabel 1 præsenteres de forskellige hovedtyper af stålbjælker med angivelse af deres typiske spændvidder. Desuden indeholder tabellen diverse kommentarer.

	Bjælketype	Typisk spændvidde (m)	Typisk anvendelsesområde Kommentarer iøvrigt
0	Vinkelprofiler	3 - 6	Til let belastede konstruktioner, f. eks. tagåse og vægrigler
1	Koldtbukkede el. -valsede profiler	4 - 8	Som ovenfor
2	Valsede profiler IPE, UNP, HE, m. fl.	1 - 30	Mest anvendte profiltyper. De valgte proportioner tager i et vist omfang hensyn til stabilitetsforhold.
3	Lette gitterbjælker	4 - 40	Gitterbjælker med vinkelprofiler eller rør som flanger og rundprofiler som diagonaler; konkurrerer med de valsede profiler.
4	Kastellerede bjælker	6 - 60	Store spænd og/eller let last. Udføres af I- eller H-profil ved udskæring og svejsning, så der fremkommer en højere bjælke med huller.
5	Sammensatte bjælker, f. eks. INP + UNP	5 - 15	Større bæreevne end med et enkelt, valset profil. Udnyttes ofte til at forbedre sidestivheden.
6	Opsvejste, åbne pladedragere	10 - 100	Fremstilles som regel ved automatsvejsning. Ofte behov for kropafstivninger.
7	Opsvejste kassedragere	15 - 200	Opbygges af afstivede plader. God vridnings- og tværstivhed.

Tabel 1. Bjælketypernes karakteristika og anvendelse.

3. DIMENSIONERING AF BJÆLKER FOR REN BØJNING

For et dobbeltsymmetrisk tværsnit med bøjning om en af de to symmetriakser eller for et enkeltsymmetrisk tværsnit med bøjning om symmetriaksen giver den elementære bøjningsteori anvendt på et lineærelastisk materiale den spændingsfordeling, der er vist på *figur 1*.



Figur 1. Fordeling af normalspændinger efter elasticitetsteorien for bøjning om en symmetriakse.

Den maksimale spænding σ_{\max} fås af

$$\sigma_{\max} = M d / (2 I) \quad (1)$$

hvor

- M er momentet i det betragtede tværsnit
- d er tværsnittets højde
- I er inertimomentet om nullinien (tøjning nul)

Idet denne spænding maksimalt må antage grænseværdien f_d , der sættes i forhold til materialets flydegrænse, fås et dimensioneringsudtryk af formen

$$W \geq M / f_d \quad (2)$$

hvor

$$W = (2 I) / d$$

Når M simpelthen er det snitmoment, der fremkaldes af de aktuelle laster (incl. bjælkens egenvægt), taler man om, at der dimensioneres efter "elastiske spændinger" eller "tilladelige spændinger", hvilket er den metode, der traditionelt har været benyttet i mange landes normer.

I mere moderne normer baseret på brudgrænsetilstande vælges f_d som materialestyrken f_y eventuelt divideret med en passende faktor γ_M , der kaldes partial-





koefficienten på materialet, og M vælges som det moment, der fås, når lasterne multipliceres med andre, passende valgte faktorer benævnt lastpartialkoefficienter. Disse laster benævnes regningsmæssige laster. Herved skabes der en sikkerhed mod brud. Under disse forudsætninger repræsenterer ligning (2) den situation, hvor der netop sker flydning i de yderste "fibre" - og kun dér. Værdier af W for de sædvanligt anvendte standardprofiler findes i de fleste profiltabeller.

Udvælgelse af et egnet bjælketværsnit kan således beskrives i følgende få punkter:

1. Bestemmelse af det maksimale moment i bjælken.
2. Fastsættelse af den relevante værdi af f_d i henhold til den gældende norm.
3. Udvælgelse af et tværsnit med et modstandsmoment, der opfylder ligning (2), idet der samtidig inddrages forhold som ønske om vægtbesparelse, eventuelle krav til bjælkehøjde, behov for ensartet profilvalg i en større konstruktion m.m.

De mest effektive tværsnit til optagelse af bøjning er naturligvis dem, der har mest muligt materiale koncentreret i størst mulig afstand fra nullinien.

Nogle af de mest almindelige bjælketværsnit er sammenlignet på figur 2. Det ses, at I-tværsnit er meget effektive (størst forhold mellem bæreevne og vægt). Da de er åbne, kan de let samles med andre konstruktionsdele, og de foretrækkes derfor hyppigt for andre profiler. På figur 3 er der vist nogle typiske eksempler på bjælkesøjle samlinger.

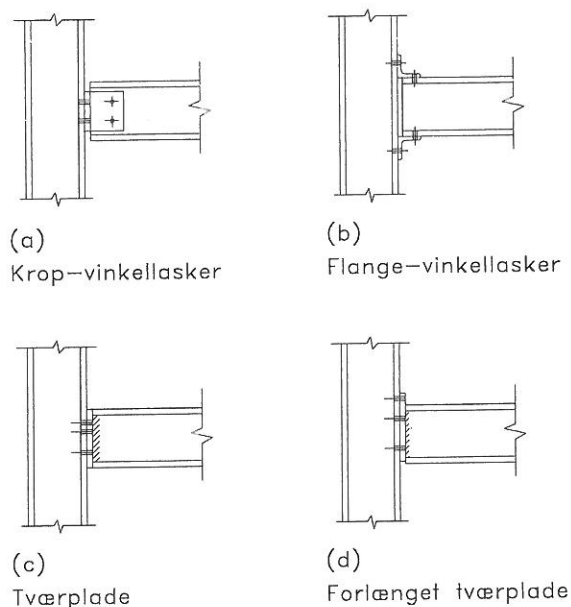
Tværsnits- type	Rektangel	HE typisk	IPE typisk	RHS typisk
Tværsnits- konstanter				
A: Areal	1	1	1	1
W_y : Elastisk modstands- moment	1	3,5	6,2	2,3
W_y : Plastisk modstands- moment	1,5	3,9	7,2	2,9

Figur 2. Relative tværsnitskonstanter for bøjning af forskellige tværsnitstyper

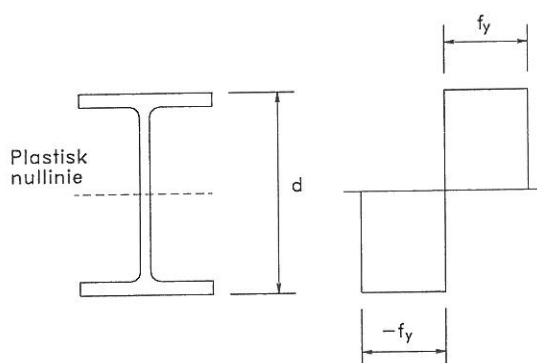
Hvis man udnytter den plastiske del af materialets arbejdskurve, vil tværsnittets bæreevne overstige den, der fås af ligning (2). Ved fuld plasticitet bliver spændingsfordelingen som vist på figur 4, hvor halvdelen af tværsnittet har trykflydning, medens den anden halvdel har trækflydning. Denne spændingssituation er ækvivalent med et moment M_{pl} , momentbæreevnen ved fuld plasticitet. Det beregnes ved at tage moment om nullinien, hvilket definerer størrelsen W_{pl} , der benævnes det plastiske modstandsmoment:

$$M_{pl} = f_y W_{pl} \quad (3)$$

hvor f_y er den regningsmæssige flydespænding (der antages at være den samme for tryk og træk).



Figur 3. Eksempler på bjælke-søjle samlinger



Figur 4. Plastisk spændingsfordeling for et dobbeltsymmetrisk tværsnit

Denne beregningsmåde ligger til grund for dimensionering i henhold til Eurocode 3. Dimensioneringsformlen ser da således ud:

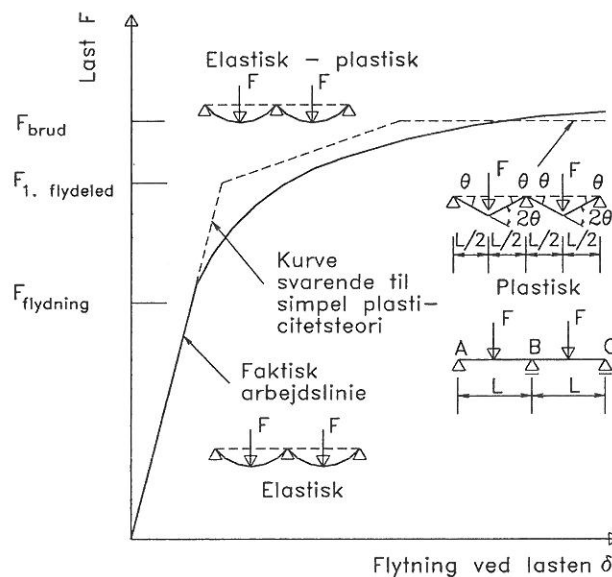
$$W_{pl} \geq M / f_{yd} \quad (4)$$

hvor M er momentet i det betragtede bjælketværsnit
 f_{yd} er den regningsmæssige flydespænding (flydespændingen divideret med en passende partialkoefficient).

Når M beregnes ud fra de regningsmæssige laster, repræsenterer ligning (4)

dimensioneringskravet i DS 412 og i Eurocode 3 for bjælker, hvis tværsnit mindst opfylder kravene til tværsknitsklasse 2. I normsammenhæng vælges der som regel en lidt formindsket værdi af flydespændingen for at tage højde for mulige afvigelser fra den forventede værdi.

For statisk ubestemte konstruktioner, f. eks. kontinuerte bjælker, vil det normalt ikke give anledning til sammenbrud af konstruktionen, at M_{pl} nås i det punkt, hvor momentet er størst. Forudsat at ikke andre forhold som f. eks. (lokal) foldning udløser faldende bæreevne i dette punkt af bjælken, vil rotationsstivheden ved forøgelse af belastningen forsvinde, dvs. tværsnittet vil opføre sig som et charniere, og momentfordelingen i konstruktionen vil ændre sig i forhold til den oprindelige, elastiske fordeling, efterhånden som der successivt dannes nye plastiske charnierer (flydeled). Denne omfordeling sætter konstruktionen i stand til at modstå laster, som er større end den last, der fremkalder det første flydeled. Ved forøgelse af lasten ud over denne værdi vil der successivt dannes nye flydeled, indtil konstruktionen er omdannet til en mekanisme. Dette er illustreret på figur 5.



Figur 5. Last/deformations-kurve for en statisk ubestemt stålbjælke

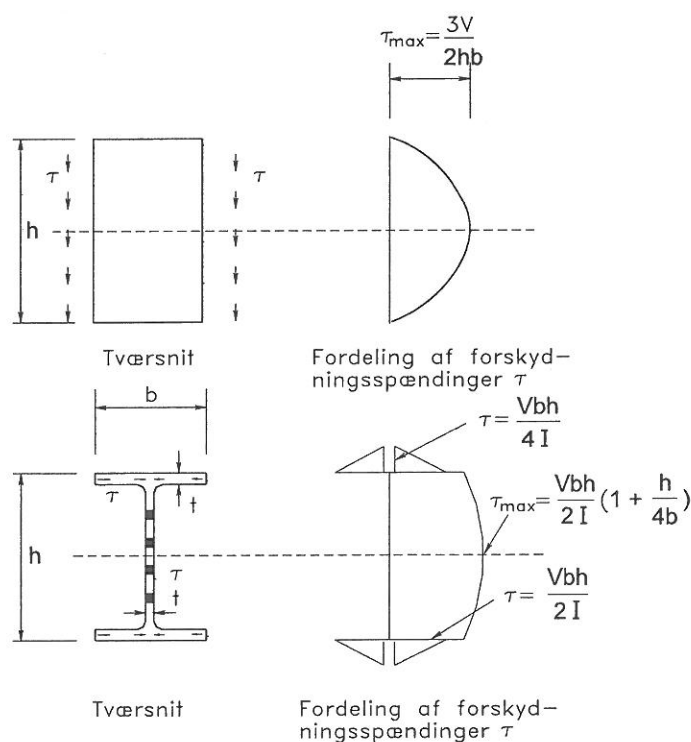
Udnyttelse af denne evne til omfordeling af momenterne benævnes "plastisk dimensionering". Den kan kun udnyttes for statisk ubestemte konstruktioner, f. eks. kontinuerte bjælker, og kun med visse begrænsninger angående tværsnittets geometri, bjælkens slankhed etc. Dette emne behandles mere detaljeret i lektion 7.8.2. (bjælker) og i lektion 7.12 (Frames).

4. DIMENSIONERING AF BJÆLKER FOR FORSKYDNING

Selv om det som regel er bøjningen, der er afgørende for dimensioneringen af stålbjælker, vil der være tilfælde, hvor forskydningskræfterne er så store, at hensynet til forskydning bliver udslagsgivende. Dette gælder f. eks. korte bjælker, der skal bære store, koncentrerede laster.

Figur 6 viser den elastiske fordeling af forskydningspændinger i henholdsvis et

rektangulært tværsnit og et I-tværsnit for en forskydningskraft V . For begge tværsnit varierer forskydningsspændingen parabelformet over bjælkehøjden med maksimumsværdi ved tyngdepunktsaksen. For I-tværsnittet er forskellen mellem største og mindste forskydningsspænding i kroppen - der bærer stort set hele forskydningskraften - imidlertid så lille, at dimensioneringen kan baseres på den gennemsnitlige forskydningsspænding, d.v.s. hele forskydningskraften divideret med kroparealet. Da flydespændingen for forskydning kan sættes til $1/\sqrt{3}$ gange flydespændingen for træk, vil en passende værdi af den "tilladelige" spænding for forskydning være $1/\sqrt{3}$ gange den "tilladelige" trækspænding. (Bemærk, at tykkelsen af flanger og krop normalt ikke vil være ens, sådan som de det i eksemplet på figuren.)



Figur 6. Forskydningsspændinger i bjælke med forskydningskraft V

Når der dimensioneres efter plasticitetsteorien, benyttes den regningsmæssige, plastiske forskydningsbæreevne $f_{yd}/\sqrt{3}$ eller $0.6 \cdot f_{yd}$, og forskydningsareal A_v kan f. eks. defineres således:

valsede I-profiler	
med lasten i kroppens plan:	$A_v = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f \approx 1.04 \cdot h t_w$
plader og massive profiler:	$A_v = A$
cirkulære rørprofiler:	$A_v = 2A/\pi$

Her er A tværsnittets totalareal og for I-profiler er r rundingsradius i overgangen mellem krop og flanger og t_f og t_w er tykkelsen af flanger og krop.

I tværsnit, hvor der både optræder store momenter og forskydningskrafter, hvilket f. eks. forekommer ved mellemunderstøtninger for en kontinuert bjælke, kan det være nødvendigt at tage hensyn til denne interaktion, der indebærer, at der ikke samtidigt kan udnyttes fuld momentbæreevne og fuld forskydnings-

bæreevne. Imidlertid viser det sig, at det moment, der kan optages samtidigt med den fulde udnyttelse af forskydningsbæreevnen, er ganske stort - og vice versa -, så denne begrænsning vil kun sjældent have praktisk betydning. Det er baggrunde for, at Eurocode 3 og DS 412 kun kræver en reduktion af momentbæreevnen, når den samtidige forskydningsspænding overstiger 50% af forskydningsbæreevnen.

5. DEFORMATIONER

Selv om store deformationer normalt ikke medfører sammenbrud af konstruktionen, kan de alligevel medføre betydelige gener for dens anvendelse. F. eks. kan nedbøjninger forårsage

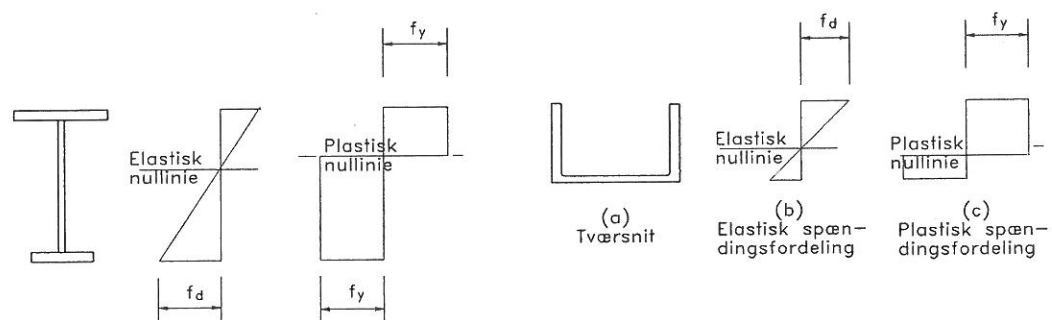
- revner i pudsede lofter
- ujævnheder i kranspor
- vanskeligheder ved åbning af (større) døre.

Da det er de forventede, faktiske deformationer, der har interesse i denne sammenhæng, udføres beregningen af dem sædvanligvis i anvendelsesgrænsetilstanden.

Eurocode 3 angiver en række anbefalede grænseværdier for nedbøjninger for henholdsvis totallast og for bevægelig last alene. For en bjælke, som indgår i et etagedæk, foreslås der f. eks. en øvre grænse på $1/300$ af spændvidden for den del af nedbøjningen, der skyldes den bevægelige last alene. *Tilsvarende grænseværdier for acceptable udbøjninger findes i DS 412.* Det skal understreges, at sådanne grænseværdier blot er vejledende, og at det i mange situationer kan være hensigtsmæssigt at fastsætte strengere eller mindre strenge krav. Hvor det overhovedet er muligt, bør der søges særlig sagkyndig assistance; f. eks. skulle en kranfabrikant kunne give detaljerede retningslinier vedrørende de deformationer, der kan tillades under hensyn til den pågældende krans funktion.

6. BØJNING AF USYMMETRISKE BJÆLKEPROFILER

For enkeltsymmetriske tværsnit påvirket til bøjning om den hovedakse, der er vinkelret på symmetriaksen, vil den elastiske fordeling af bøjningsspændingerne være som vist på figur 7, hvor der er bøjning om en vandret akse.



Figur 7. Bøjning af enkeltsymmetriske tværsnit i symmetriplanen

På grund af, at der ikke er symmetri om bøjningsaksen, vil normalspændingerne ved bjælkens overside og underside ikke være numerisk lige store. For I-profilet betyder dette, at spændingen i den mindste flange (her underflangen) vil være større end spændingen i den største flange (overflangen).

Når der "regnes elastisk", d.v.s. når bæreevnen regnes udtømt ved første flydning, er det nødvendigt at bruge det mindste af tværsnittets to modstandsmomenter. Når der regnes med fuld plasticitet (og ren bøjning), må nullinien nødvendigvis være placeret, så den deler tværsnittet i to lige store arealer som vist på figur 7(c). Eftersom det plastiske modstandsmoment er defineret som forholdet M_p/f_y , se ligning (3), er der altså kun én værdi af modstandsmomentet. Dette indebærer, at man ved "plastisk beregning" skal benytte samme krav som for dobbelt-symmetriske tværsnit, nemlig uligheden (4).

7. TOAKSET BØJNING (SKÆV BØJNING)

Dobbelt- eller enkeltsymmetriske tværsnit påvirket af momenterne M_y og M_z om de to hovedakser kan under visse omstændigheder behandles ved superposition af resultaterne for bøjning om de to akser hver for sig. Svarende til elastisk beregning fås herved følgende interaktionsformel:

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq f_d \quad (6)$$

hvor W_y og W_z er tværsnittets elastiske modstandsmomenter om henholdsvis y-aksen og z-aksen, og f_d er grænseværdien for bøjningsspændingen.

Ovenstående er baseret på den forudsætning, at bæreevnen er udtømt, når der sker flydning i blot ét punkt af tværsnittet. NB: For visse tværsnitsformer, f. eks. vinkelprofiler, hvis hovedakser ikke er parallelle med fligene, gælder formel (6) ikke uden videre.

Hvis man ønsker at udnytte tværsnittets plastiske bæreevne, bliver beregningerne, herunder bestemmelsen af nulliniens placering, mere komplicerede. Foretagne undersøgelser har vist, at interaktionsudtrykkene afhænger af tværsnittets form, men at de med god tilnærmelse kan skrives på følgende form:

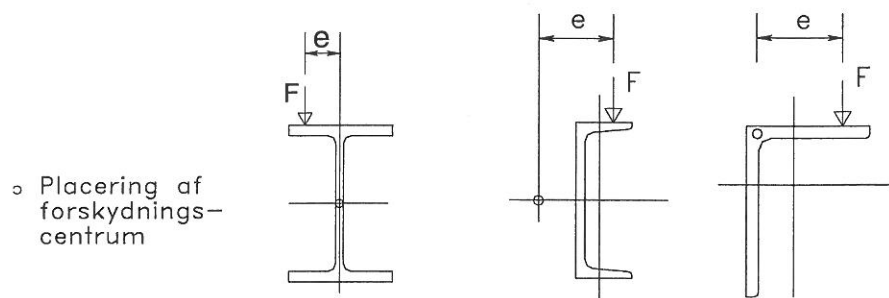
$$\left[\frac{M_y}{M_{ply}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_z}{M_{plz}} \right]^\beta \leq 1 \quad (7)$$

hvor M_{ply} og M_{plz} er den plastiske bæreevne for moment om henholdsvis y-aksen og z-aksen. Eksponenterne α og β for forskellige tværsnitstyper er angivet i Eurocode 3. På den sikre side kan sættes $\alpha = \beta = 1$.

8. BØJNING OG VRIDNING

Laster, hvis virkelinie ikke går gennem tværsnittets forskydningscentrum (se figur 8), vil ud over den ovenfor beskrevne bøjning også fremkalde vridning om bjælkeaksen.

(Bemærk, at forskydningscentret er sammenfaldende med tyngdepunktet for dobbeltsymmetriske tværsnit, samt at det ligger på symmetriaksen for enkeltsymmetriske tværsnit.) Herved opstår der vridnings-forskydningsspændinger i tværsnittet, samt - hvis tværsnittet er åbent - eventuelt ekstra normalspændinger af betydelig størrelse på grund af den virkning, der benævnes hvælvning. En dybtgående behandling af dette komplekse emne forudsætter kendskab til teorien for fri og bunden vridning, hvilket ligger uden for rammerne af denne lektion. I mange tilfælde kan problemet med vridning begrænses ved omhyggelig udformning af konstruktionsdetaljerne f. eks. ved at påføre lasten på en måde, så vridning helt eller delvis undgås, eller ved at vælge profiler, der har ubetydelig hvælvning, f. eks. hulprofiler.



Figur 8. Eksempler på bjælker med kombineret bøjning og vridning

9. AFSLUTTENDE RESUMÉ

1. Det væsentligste dimensioneringskrav for bjælker er etableringen af den fornødne bøjningsstyrke. De typer af konstruktionselementer, der normalt anvendes, er beskrevet, og det er desuden antydnet, hvilke krav der skal være opfyldt, for at dimensioneringen af en bjælke kan baseres på relativt enkle principper.
2. Modstandsmomentet er, uanset hvilken beregningsmetode der anvendes, den væsentligste tværsnitsparameter ved udvælgelsen af et bjælketværsnit. Bemærk forskellen mellem det elastiske og det plastiske modstandsmoment.
3. Til dimensionering af en simpel bjælke fastholdt mod sideudbøjning hører også kontrol af forskydningsstyrken og deformationerne.
4. Lektionen indeholder også en omtale af mere komplekse tilfælde, hvor der er behov for at tage hensyn til toakset bøjning (skæv bøjning) og vridning m.m.

10. LITTERATURHENVISNINGER

1. Dowling, P.J., Owens, G. W and Knowles, P., "Structural Steel Design", Butterworths, 1988.
2. Petersen, C.; "Stahlbauten", Vieweg Verlag Braunschweig, 1988.
3. Galambos, T. V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1968.
4. Narayanan, R., "Beams and Beam Columns - Stability and Strength", Applied Science, London, 1983.
5. Salmon, C. G. and Johnson, J. E., "Steel Structures - Design and Behaviour", Harper and Row, New York, 1980.

Lektion 7.8.2: Bjælker fastholdt mod sideudbøjning, II

FORMÅL

At gøre rede for fremgangsmåderne ved dimensionering af sidefastholdte bjælker, herunder behandling af momentomlejring for bjælker i Klasse 1.

FORUDSÆTNINGER

Teknisk elasticitetsteori for enakset og toakset bøjning kombineret med forskydningskræfter.

Grundlæggende kendskab til ståls mekaniske egenskaber.

BESLÆGTEDE LEKTIONER

Lektion 7.2: Klassifikation af tværsnit

Lektion 7.10.1: Bjælkesøjler I

Lektion 7.10.2: Bjælkesøjler II

TILHØRENDE TALEKSEMPLER

Eksempel 7.8(i): Simpelt understøttet I-bjælke påvirket til bøjning og forskydning

Eksempel 7.8(ii): Udkraget, indspændt RHS-bjælke påvirket til skæv bøjning og forskydning

Eksempel 7.8(iii): Opsvejst krandrager med enkeltsymmetrisk tværsnit

RESUMÉ

Der gøres rede for omlejringen af bøjningsspændingerne i et bjælketværsnit, efter at første flydning er indtrådt. For statisk bestemte bjælker gennemgås den plastiske brudmodel, hvorefter bjælkens bæreevne er udtømt, når der er dannet en fuldt plastisk spændingsfordeling i blot ét snit; et sådant snit benævnes et flydeled. I denne forbindelse defineres det plastiske modstandsmoment og formfaktoren.

For statisk ubestemte bjælker vises det, at der kan dannes flere flydeled, før konstruktionen bliver til en mekanisme.

Betydningen af en samtidig forskydningskraft vurderes, og det vises, hvordan man kan nå frem til simple dimensioneringsregler for interaktion mellem bøjning og forskydning.

Oversat og bearbejdet af A. Albertsen, Aalborg Universitet, marts 1996. Rev.. Juli 1997.

1. INDLEDNING

Når en sidefastholdt bjælke med "kompakte" proportioner (se lektion 7.8.1) belastes til enakset bøjning om den vandrette hovedakse, vil dens respons, d.v.s. momentfordeling, spændingsfordeling og deformationer, udvikle sig i forskellige etaper, efterhånden som lasten forøges.

I begyndelsen vil bjælken opføre sig elastisk med nedbøjninger, der er proportionale med lastens størrelse. Når lasten forøges, vil de mest påvirkede dele af bjælken/tværsnittet få tøjninger, der overstiger flydetøjningen, hvorved der sker en lokal formindskelse af bjælkens stivhed. For bjælken som helhed begynder nedbøjningerne dermed at øges kraftigt. Ved yderligt stigende last vil denne proces fortsætte, indtil der er opnået en fuldt plastisk spændingsfordeling i et af bjælkens tværsnit. For en simpelt understøttet bjælke vil dette lasttrin svare til den maksimale last, der kan bæres af bjælken uden tøjningshærdning. Hvis lasten forøges ud over dette trin, vil der optræde meget store nedbøjninger.

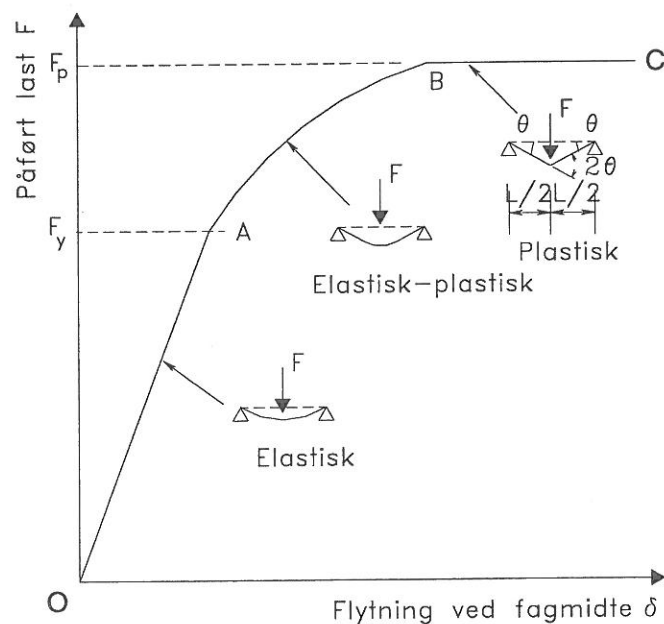
For en statisk ubestemt konstruktion, f. eks. en kontinuert bjælke, vil det derimod være muligt at udnytte bjælken ud over dette trin, idet der vil optræde omlejring af momenterne, efterhånden som der dannes flydeled.

Formålet med denne lektion er at studere den indflydelse, som plasticiteten har på dimensionering af bjælker, samt at vise, hvordan den grundlæggende fremgangsmåde fra lektion 7.8.1 kan tilpasses den plastiske virkemåde.

2. BØJNINGSPÅVIRKEDE STÅLBJÆLKER

2.1 Statisk bestemte bjælker

Figur 1 viser sammenhængen mellem påført last og nedbøjning ved fagmidte for en stålbjælke i Klasse 1 eller 2.



Figur 1. Last/deformations-kurve for simpelt understøttet bjælke

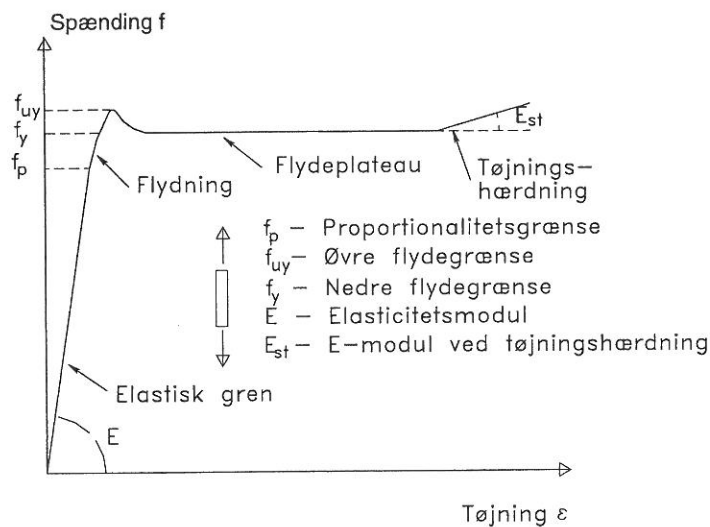
Grafen kan passende deles i tre afsnit, der afspejler følgende faser:

Afsnit OA: Den elastiske fase: Lineær sammenhæng mellem last og nedbøjning

Afsnit AB: Den elastisk-plastiske fase: Tilvæksten i nedbøjning vokser relativt hurtigere end lasttilvæksten; denne tendens øges med stigende last.

Afsnit BC: Den plastiske fase: Stor tilvækst i nedbøjninger for næsten konstant last.

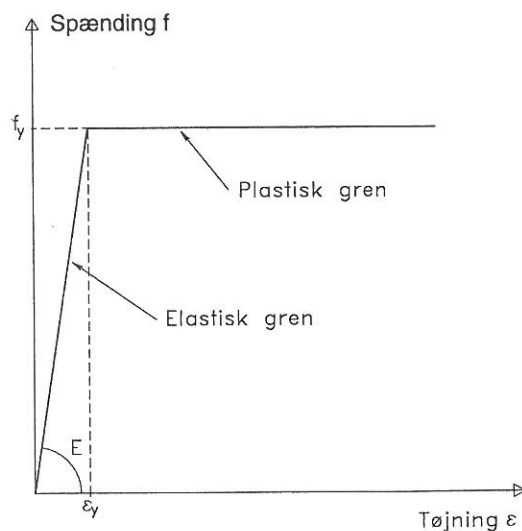
Eftersom de to sidste faser indebærer udviklingen af plastiske deformationer i områder med høj påvirkning, er det nødvendigt først at se nærmere på materialeegenskaberne.



Figur 2. Typisk arbejdslinie optegnet for et trækforsøg

Figur 2 viser en arbejdslinie af den type, der kan fås ved forsøg med en trækprøve.

Til praktiske formål foretrækkes dog en væsentligt simplere, idealiseret kurve bestående af to rette linier, se figur 3.

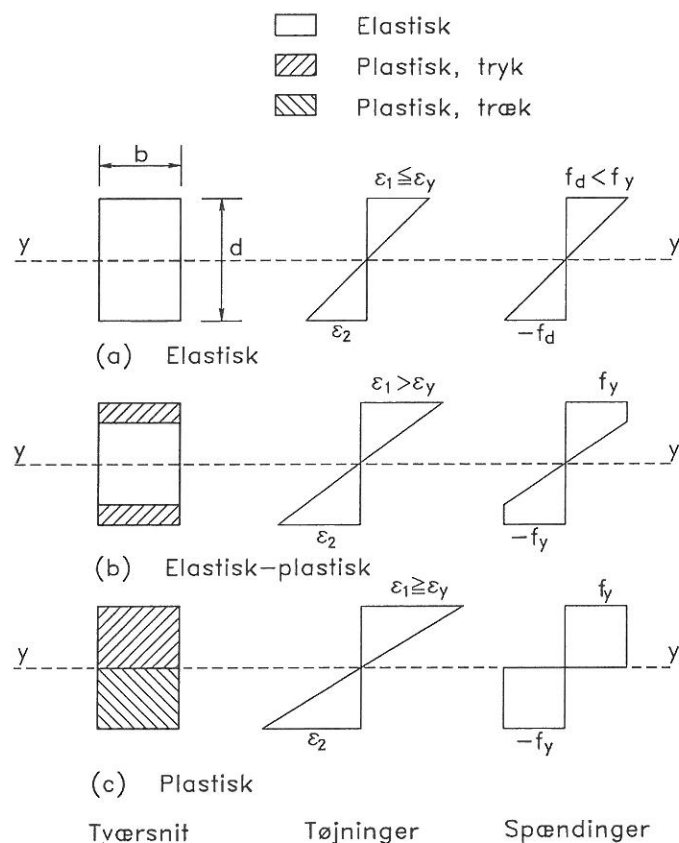


Figur 3. Idealiseret lineærelastisk-plastisk arbejdslinie for stål

Denne kurve begynder med en elastisk gren og slutter med en perfekt plastisk gren. Herved negligeres forskellige fænomener som f.eks. eksistensen af en øvre flydegrænse samt tøjningshærdningen ved store tøjninger, men til gengæld opnås en væsentligt enklere beregning, hvis resultater ikke adskiller sig nævneværdigt fra dem, der ville fås med udgangspunkt i den "korrekte" arbejdslinie.

Med udgangspunkt i *figur 3* kan sammenhængen mellem momentet (M) og krumningen (ϕ) - også benævnt bøjningsarbejdslinien - findes ved at tage hensyn til spændings- og tøjningsfordelingerne i de forskellige faser, se *figur 4*. Hvis den største tøjning i den yderste fiber (ϵ_1) er mindre end flydetøjningen (ϵ_y), vil den hertil svarende spændingsfordeling være lineær som vist på *figur 4a*. Svarende til bjælkehøjden d bliver bjælkens krumning

$$\phi = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/d \quad (1)$$



Figur 4. Omlægning af spændinger i et tværsnit ved overgang fra elastisk til plastisk tilstand.

Det hertil svarende moment kan bestemmes ved at tage moment om nullinien (yy) af de indre kræfter, der svarer til spændingsfordelingen. For et rektangulært tværsnit med bredden b fås:

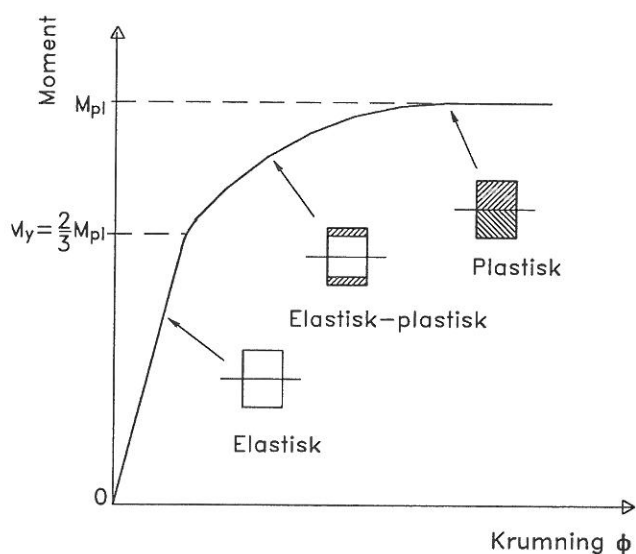
$$M = \sigma (bd^2/6) \quad (2)$$

hvor størrelsen $bd^2/6$ benævnes det elastiske modstandsmoment (W).

Når ϵ_1 overstiger ϵ_y , vil spændingsfordelingen ændre karakter, eftersom σ ikke kan blive større end f_y , se *figur 4b*. Heraf følger, at tilvæksten i ϕ nu vil blive større, d.v.s.

sammenhængen $M-\phi$ bliver ikke-lineær, se *figur 5*. Ligning (1) kan stadig bruges til at finde ϕ , og M kan beregnes på samme måde som før, men nu på basis af *figur 4b*. Til sidst nærmer fordelingen sig den, der er vist på *figur 4c*, hvor momentet for det rektangulære tværsnit kan findes af:

$$M = f_y (bd^2/4) \quad (3)$$



Figur 5. Bøjningsarbejdslinie ($M-\phi$) for et rektangulært tværsnit.

Bemærk, at tilnærmelsen af den korrekte spændingsfordeling (*figur 4b*) med den, der er vist på *figur 4c*, trods betydeligt forenklede beregninger medfører en næsten forsvindende lille fejl i resultatet.

Det således beregnede moment er tværsnittets fulde plastiske (flyde)moment M_{pl} ; det repræsenterer en øvre grænse for den modstandsevne, der kan opnås svarende til arbejdslinien på *figur 3*. Størrelsen $W_{pl} = bd^2/4$ benævnes det plastiske modstandsmoment, og forholdet W_{pl}/W , som er et mål for, i hvor høj grad tværsnittet er i stand til at optage et større moment efter første flydning, kaldes formfaktoren (s). For et rektangulært tværsnit beregnes den til:

$$s = (bd^2/4)/(bd^2/6) = 1.50 \quad (4)$$

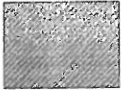
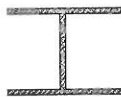

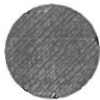


I *Tabel 1* er der angivet værdier af W , W_{pl} og s for en del andre tværsnit.

Når momentet er nået op på M_{pl} , er hældningen af tværsnittets bøjningsarbejdslinie nul. I denne situation siges der at være dannet et flydeled i det pågældende tværsnit, idet bøjningsstivheden lokalt vil være nul, dvs. bjælken vil herefter opføre sig, som om der var et virkeligt charniere, blot med den forskel at størrelsen af momentet ikke er nul, men M_{pl} . For en simpelt understøttet bjælke vil det i langt højere grad være flydemomentet, der er udtryk for bjælkens virkelige bæreevne, end det vil være det moment, der fremkalder den første flydning (i de yderste fibre af tværsnittet).

En simpel metode til bestemmelse af den last, der skal påføres bjælken for at fremkalde et flydeled, består i at negligere de elastiske deformationers bidrag ved benyttelse af arbejdslikningen (ydre arbejde = indre arbejde), dvs. bjælken regnes stiv undtagen i flydeleddet. For den bjælke, der er vist på *figur 1*, fås

$$F(\theta L/2) = M_{pl} 2\theta \quad \text{og dermed} \quad F = 4 M_{pl}/L \quad (5)$$

Ved denne metode antages konstruktionen omdannet til en mekanisme ved dannelsen af flydeleddet.

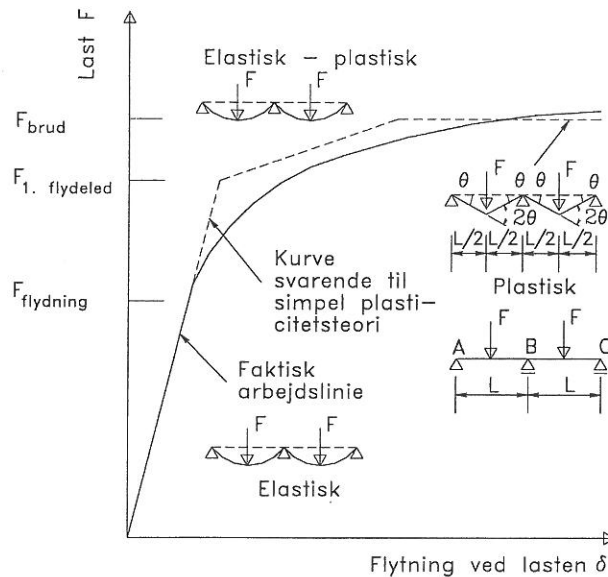
Tværsnit	Elastisk modstandsmoment W	Plastisk modstandsmoment W_{pl}	Formfaktor s
 Rektangel	$bd^2/6$	$bd^2/4$	1,5
 I - stærke akse	$[bd^3 - (b - t_w)h^3]/(6d)$	$bt_f(d - t_f) + t_w(d - 2t_f)^2$	ca. 1,15
 I - svage akse	$[db^3 - h(b^3 - t_w^3)]/(6d)$	$b^2t_f/2 + (d - 2t_f)t_w^2/4$	ca. 1,67
 Massivt rundprofil	$\pi d^3/32$	$d^3/6$	1,70
 Cirkulært rørprofil	$\pi[d^4 - (d - 2t)^4]/(32d)$	$[d^3 - (d - 2t)^3]/6$ For $t \ll d$ fås td^2	Værdi for $t = d/10$: $s = 1,40$ For $t \ll d$ fås $s = 1,27$
 U-profil	$[bd^3 - (b - t_w)^3]/(6d)$	$bt_f(d - t_f) + t_w(d - 2t_f)^2/4$	ca. 1,15

Tabel 1. Værdier af W , W_{pl} og s for forskellige tværsnit

2.2

Statisk ubestemt bjælke

For en kontinuert stålbjælke med tværsnit i klasse 1 vil dannelsen af det første flydeled i snittet med maksimumsmoment - fundet ved en sædvanlig elastisk beregning - *ikke* markere den øvre grænse for bjælkens bæreevne (se figur 6).



Figur 6. Last/deformations-kurve for en statisk ubestemt stålbjælke

Derimod betegner dannelsen af flydeleddet en ændring af bjælkens virkemåde over for fortsat lastpåførsel. For to-fags bjælken på figur 6 ville indsættelse af et egentligt charniere ved midterunderstøtningen (B) betyde, at begge de indgående bjælker AB og BC ville være simpelt understøttede. De ville hver for sig have en bæreevne svarende til dannelse af et flydeled ved fagmidten. Dannelsen af flydeleddet ved punkt B i den kontinuerte bjælke vil virke på tilsvarende måde. Den ydre last kan altså forøges ud over den last, der fører til dannelse af flydeleddet ved B, indtil der er så mange flydeled, at konstruktionen overgår til at være en mekanisme.

Når dette indtræffer, vil bjælken have deformeret sig som vist øverst til højre på figur 6. For denne mekanisme får arbejdslikningen følgende udseende:

$$2F (\theta L/2) = M_{pl} (2\theta + 2\theta + 2\theta) \quad (6)$$

og dermed

$$F = 6 M_{pl}/L$$

Figur 6 viser arbejdskurven (F-δ) for to-fags bjælken baseret på en elastisk-plastisk beregning. Den fuldt optrukne kurve svarer til en beregning, hvor der tages hensyn til flydezonernes gradvist stigende udbredelse i tværsnittet. Den punkterede kurve afspejler en enklere fremgangsmåde, hvor det - som det er sædvanligt i denne type undersøgelser - forudsættes, at flydeleddene dannes pludseligt, hvilket svarer til, at kroppens bidrag negligeres. Dette kan også udtrykkes således, at formfaktoren er forudsat at være $s = 1$, dvs. $W_{pl} = W$.

I sidstnævnte tilfælde vil (F-δ)-kurven være stykkevis retliniet med knæk ved den eller de laster, hvorved der dannes (nye) flydeled. Bemærk desuden, at hældningen

på kurven, dvs. bjælkens stivhed formindskes for hvert nyt flydeled, der dannes. Bæreevnen nås ved den last, der fremgår af ligning (6). Ved påvirkning ud over denne værdi er kurven vandret svarende til, at bjælken har mistet sin stivhed.

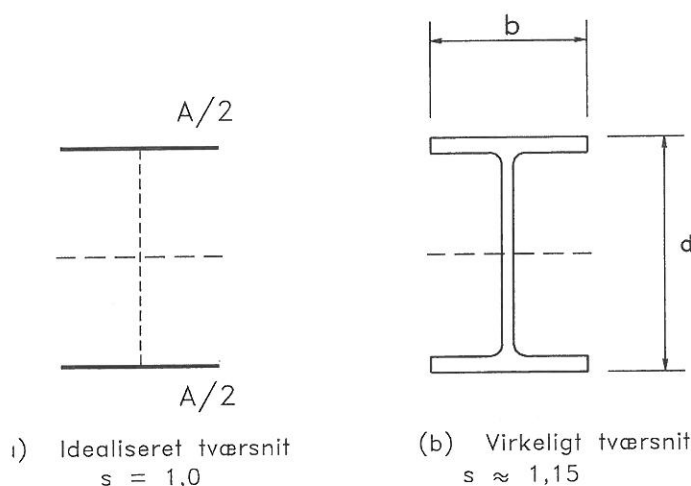
Ved sammenligning mellem de to kurver på *figur 6* ses det, at den tilnærmede metode giver et ganske godt billede af bjælkens virkemåde.

Skønt en elastisk-plastisk beregning af statisk ubestemte bjælker er temmelig besværlig, er det for de fleste kontinuerte bjælker ret enkelt at bestemme den last der omdanner bjælken til en mekanisme. En tilsvarende fremgangsmåde er også mulig ved plastisk beregning af rammekonstruktioner.

Til slut skal det bemærkes, at der under forløbet fra det elastiske stadium med laster op til F_y (første flydning i yderste fibre) over det elasto-plastiske stadium og frem til det plastiske stadium kendetegnet ved F_c (mekanismelasten) er sket en ændring af momentfordelingen i bjælken på *figur 6*. I det plastiske stadium optræder det numerisk største moment (M_{pl}) ved alle tre flydeled, medens der i det elastiske tilfælde kun vil være ét snit med maksimumsmoment, nemlig ved midter-understøtningen.

2.3 Bøjning af dobbeltsymmetriske I-profiler

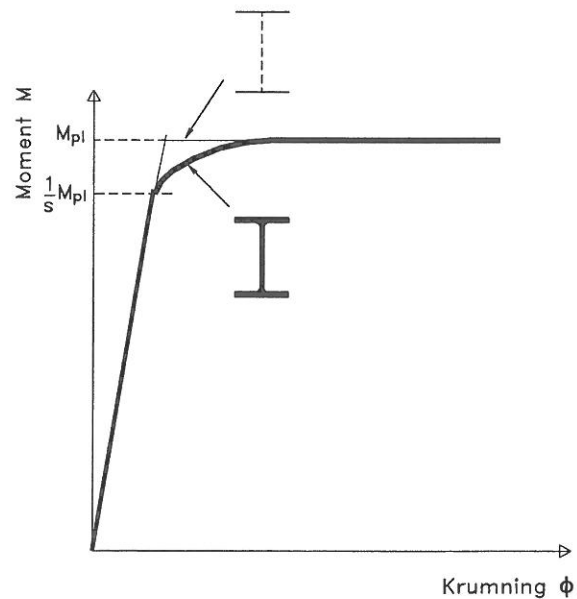
Hvis man benytter en lineærelastisk-plastisk arbejdslinie (se *figur 3*) for det idealiserede, dobbeltsymmetriske I-tværsnit på *figur 7a*, hvor hele tværsnitsarealet er koncentreret i flangernes midtlinier, vil man for bøjning om yy-aksen få den bilineære $M-\theta$ kurve, der er vist på *figur 8*. For dette hypotetiske tværsnit ses første flydning og fuld plasticitet at falde sammen, og formfaktoren er følgelig $s = 1$.



Figur 7. I-tværsnit

Betragter man i stedet et mere realistisk I-tværsnit som vist på *figur 7b*, vil man få en $M-\theta$ kurve med en rundet overgang mellem de to rette linier, se *figur 8*. Denne rounding, der svarer til udbredelsen af den plastiske zone i tværsnittet, begynder ved et moment af størrelse M_{pl}/s . For et sædvanligt I-profil vil formfaktoren typisk være $s \approx 1,15$ for bøjning om den stærke akse og $s \approx 1,5$ for bøjning om den svage akse.

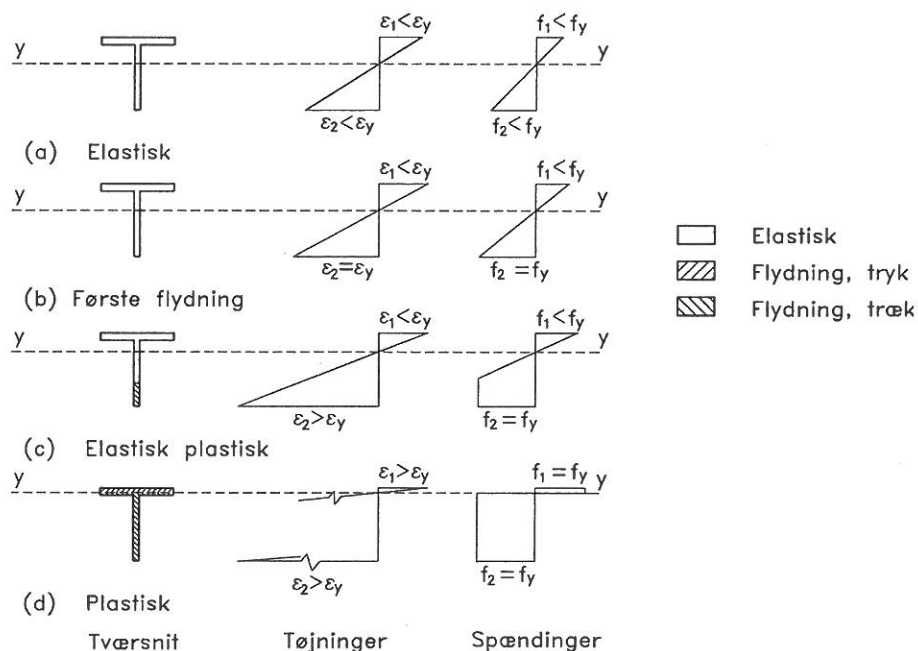
For et vilkårligt tværsnit med bøjning om en symmetriakse kan der i princippet gennemføres en beregning svarende til den, der blev foretaget ovenfor for et rektangulært tværsnit. Om nødvendigt kan der indføres et mere nøjagtigt matematisk udtryk for materialets arbejdslinie, men dette vil naturligvis føre frem til mere komplicerede beregningsformler.



Figur 8. Bøjningsarbejdslinie ($M-\phi$) for I-tværsnit.

2.4 Bøjning af enkeltsymmetriske profiler

En elastisk-plastisk undersøgelse af et tværsnit, der er påvirket til ren bøjning om en akse, som ikke er en symmetriakse, kompliceres af, at nulliniens placering ændres i takt med udbredelsen af flydningen i tværsnittet.



Figur 9. Flydning i et usymmetrisk bøjningspåvirket tværsnit.

I det lineærelastiske stadium går nullinien gennem tværsnittets tyngdepunkt som vist på *figur 9a*. Da der ikke er symmetri om bøjningsaksen, vil belastningen fremkalde forskellige tøjninger i over- og underkant af bjælken, og den første flydning vil derfor kun optræde ved den ene af disse kanter, se *figur 9b*.

Følgelig vil den fortsatte flydning (ved forøget belastning) heller ikke være symmetrisk om nullinien, se *figur 9c*. I alle stadier skal der være ligevægt mellem tryk- og trækkræfter i tværsnittet, og ved belastning ud over "første flydning" må nullinien derfor bevæge sig væk fra den oprindelige placering; dette sker i retning væk fra flydezonen, da krafttilvæksten i denne del af tværsnittet ellers ville være mindre end i den modsatte side, hvor der endnu ikke er sket flydning.

Når der til sidst er indtrådt fuld flydning som vist på *figur 9d*, må nulliniens placering være sådan, at den deler tværsnittet i to lige store dele. Beregning af M_{pl} for et usymmetrisk tværsnit kræver derfor kendskab til denne placering.

Et enkeltsymmetrisk tværsnit har to forskellige værdier af det elastiske modstands-moment, fordi afstanden fra tyngdepunktslinien til de yderste fibre i overside hhv. underside ikke er den samme. Derimod er der kun en enkelt værdi af det plastiske modstandsmoment; størrelsen af dette er M_{pl}/f_y . Heraf følger, at der er to form-faktorer. Brugen af disse er afhængig af, hvilke kantspændinger det er aktuelt at undersøge. For T-tværsnit er forskellen mellem de to formfaktorer særlig stor; den ene af dem vil endda være mindre end 1,0. Dette ændrer naturligvis ikke på det grundlæggende sammenhæng mellem M_y og M_{pl} for tværsnittet, men kan dog være årsag til nogen forvirring i situationer, der kræver særlig hensyntagen til tryk- eller trækflydning.

3. VIRKNING AF FORSKYDNINGSKRÆFTER

Når det er aktuelt at tage hensyn til forskydningskræfternes indflydelse på bjælke- tværsnittets plastiske momentbæreevne, må der først opstilles en flydebetingelse for kombinerede normal- og forskydningspændinger. En sådan er:

$$(\sigma/f_y)^2 + (\tau/\tau_y)^2 = 1 \quad (7)$$

hvor τ_y er flydespændingen for forskydning, der med henvisning til von Mises' brudhypotese er sat til $f_y/\sqrt{3}$ (i Eurocode 3 afrundet til $0,6 f_y$).

Anvendes dette kriterium på et rektangulært tværsnit, hvor der forekommer flydning for bøjning og forskydning (se *figur 10*), fås følgende tilnærmede udtryk til bestemmelse af den reducerede plastiske momentbæreevne M_{plv} , når momentbæreevnen for bøjning alene er M_{pl} , forskydningsbæreevnen for forskydning alene er V_{plw} , og der samtidig med M_{pl} virker en forskydningskraft V_s :

$$M_{plv} = \{1 - \frac{3}{4} (V_s/V_{plw})^2\} M_{pl} \text{ for } V_s/V_{plw} > \frac{2}{3} \quad (8)$$

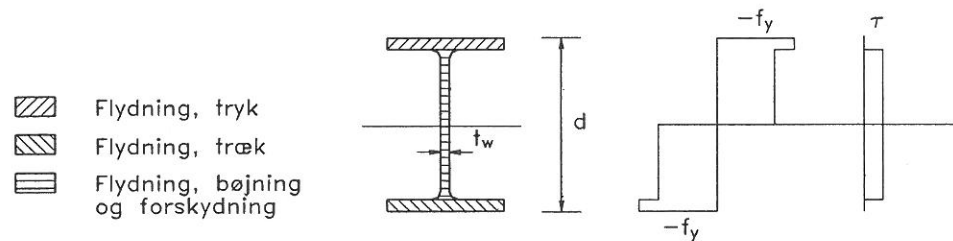
Anvendt på et I-tværsnit, hvor der overalt antages at være flydning, enten for tryk eller træk alene eller for kombinationen tryk/forskydning henholdsvis træk/forskydning, fører ligning (7) - under forudsætning af jævnt fordelte forskydnings-spændinger i kroppen samt $V_{plw} = 0,6 d t_w f_y$ - frem til følgende

tilnærmelse:

$$M_{plv} = \{1 - \alpha \cdot [2(V_s/V_{plw}) - 1]^2\} M_{pl} \quad \text{for } 0,5 V_{plw} \leq V_s \leq V_{plw} \quad (9)$$

samt $M_{plv} = M_{pl}$ for $V_s \leq 0,5 V_{plw}$

faktoren α er forholdet mellem momentbæreevnen af forskydningsarealet (kroppen) og hele tværsnittets momentbæreevne M_{pl} . Samme udtryk findes i DS 412 [6.3.12].



Figur 10. Skønnet fordeling af bøjnings- og forskydningspændinger for I-tværsnit med fuldt udviklet plasticitet.

Det ses heraf, at når det drejer sig om I-bjælker, der bøjes af kræfter i kroppens plan, vil forskydningskræfter, der er mindre end den halve forskydningsbæreevne, ikke have nogen mærkbar indflydelse på momentbæreevnen M_{pl} . For bøjning om den svage akse vil forholdene ligne dem, der gælder for det rektangulære tværsnit, således at M_{pl} bestemmes af ligning (8).

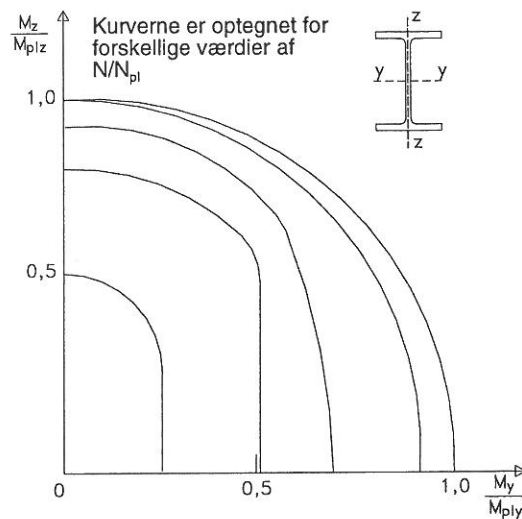
4. BIAKSIAL BØJNING OG FORSKYDNING PLASTISK BEREKNING

For en række forskellige tværsnitstyper er der udført beregninger af den plastiske modstandsevne for kombinationer af momenter og forskydningskræfter. Som beregningsgrundlag er der benyttet et antal varianter af plasticitetsteorien. Med henblik på den praktiske anvendelse af resultaterne udtrykkes disse som regel i form af grafer eller som tilnærmede interaktionsformler. For et I-tværsnit med bøjning om den stærke akse er det - som nævnt ovenfor - ikke nødvendigt at reducere M_{pl} , når forskydningskraften er mindre end halvdelen af V_{plw} .

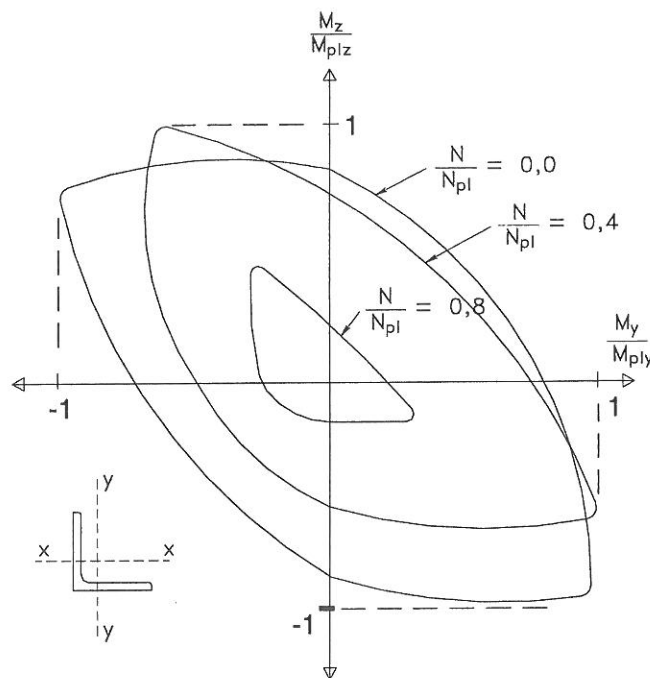
Når der er bøjning om begge hovedakser, vil nullinien svarende til plastisk spændingsfordeling danne en vinkel med hovedakserne. Størrelsen af denne vinkel afhænger af forholdet mellem de virkende momenter samt af tværsnittets form. Ud fra antagne spændingsfordelinger og de dertil svarende momentbæreevner kan der opstilles en sammenhæng mellem de to reducerede, plastiske momentbæreevner (M_{ply} og M_{plr}) og de ureducerede bæreevner (M_{pl} og M_{plz}). Om nødvendigt kan også virkningen af normalkraften (N) inddrages.

Sådanne beregninger er udført for en række tværsnitstyper (se figur 11 og 12), herunder også usymmetriske profiler som f. eks. vinkelprofiler. For et I-profil (eller H-profil) med biaksial bøjning, dvs. skæv bøjning, viser følgende udtryk sig anvendeligt:

$$(M_{ply}/M_{pl})^2 + M_{plr}/M_{plz} = 1 \quad (10)$$



Figur 11. Interaktionskurver for fuld plasticitet af et I-tværsnit påvirket til skæv bøjning og normalkraft
(Kurverne for de øvrige kvadranter fås ved spejling i koordinataksene)



Figur 12. Interaktionskurver for fuld plasticitet af et vinkelprofil påvirket til skæv bøjning og normalkraft.

Under forudsætnig af, at tværsnittet har mindst én symmetriakse, og momentakserne yy og zz er tværsnittets hovedakser, vil det altid være på den sikre side at benytte den lineære pendant til ligning (10), nemlig:

$$\frac{M_{ply}}{M_{ply}} + \frac{M_{plz}}{M_{plz}} = 1 \quad (11)$$

5. AFSLUTTENDE RESUMÉ

1. Under forudsætning af, at der ikke optræder instabilitet, kan stålbjælker modstå større momenter end dem, der fremkalder flydning i de yderste fibre. Takket være en spændingsomlejring i bjælkets værsnittet kan der udvikles en fuldt plastisk fordeling af bøjningsspændingerne svarende til den fulde plastiske moment bæreevne M_{pl} .
2. Statisk ubestemte bjælker når først deres bæreevne, når der er udviklet tilstrækkeligt mange lokale, fuldt plastiske områder benævnt flydeled til, at konstruktionen omdannes til en mekanisme.
3. Værdien af M_{pl} fås som produktet af flydespændingen f_y og en geometrisk størrelse benævnt det plastiske modstandsmoment, W_{pl} . Forholdet W_{pl} benævnes formfaktoren.
4. M_{pl} skal reduceres, hvis der samtidig optræder en forskydningskraft. I de fleste praktiske tilfælde kan man dog se bort fra dette.

LITTERATURHENVISNINGER

1. Dowling, P.J., Owens, G.W. and Knowles, P., "Structural Steel Design", Butterworths, 1988.
2. Ballio, G. and Mazzolani, F., "Theory and Design of Steel Structures", Chapman and Hall, New York, 1983.
3. Salmon, C.G. and Johnson, J.E., "Steel Structures - Design and Behaviour" Harper and Row, New York, 1980.
4. Trohair, N.S. and Bradford, M.A., "The Behaviour and Design of Steel Structures", Chapman and Hall, New York, 1988.
5. McGinley, T.J. and Ang, T.C., "Structural Steelwork Design to Limit State Theory", Butterworths, 1987.

Lektion 6.3: Elastisk instabilitet

FORMÅL

At beskrive de grundlæggende former for elastisk instabilitet og udlede kritiske laster for søjler, bjælker og plader.

FORUDSÆTNINGER

Lektion 6.1: *Concept of Stable and Unstable Elastic Equilibrium*

BESLÆGTEDE LEKTIONER

Lektion 6.6.1: Stabilitet af imperfekte konstruktionselementer I

Lektion 6.6.2: Stabilitet af imperfekte konstruktionselementer II

Lektion 7.7: Fri søjlelængde

TILHØRENDE TALEKSEMPLER

Eksempel 6.1: *Energy Methods I*

Eksempel 6.2: *Energy Methods II*

RESUMÉ

Denne lektion beskriver hvordan kritiske laster bestemmes ved løsning af differentialligningen for den deformerede konstruktion i ligevægt. De kritiske laster bestemmes for simple lastformer og randbetingelser i følgende tilfælde:

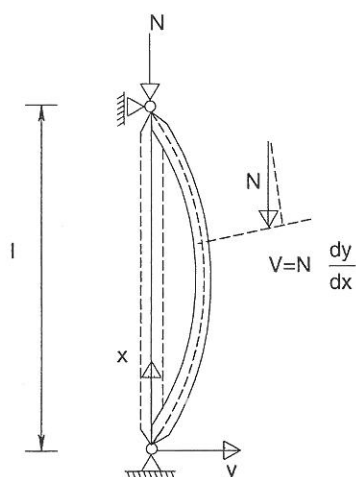
- søjleudknækning
- kipning af bjælker
- foldning af plader

Oversat og bearbejdet af S. Kloch, Aalborg Universitet, juli 1996.

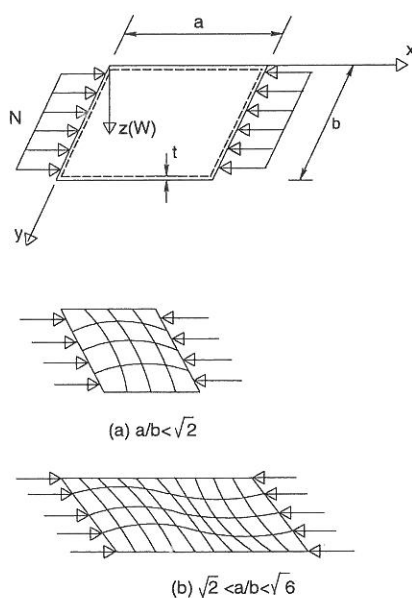
1. INDLEDNING

Instabilitet kan forekomme i alle systemer og konstruktionselementer, hvor der optræder trykspændinger. Den simpleste form for udknækning er den, der opstår, når en retliniet stang sammentrykkes med to lige store og modsat rettede kræfter (*figur 1*). Andre former for stabilitetsproblemer af stor praktisk betydning for stålkonstruktioner er:

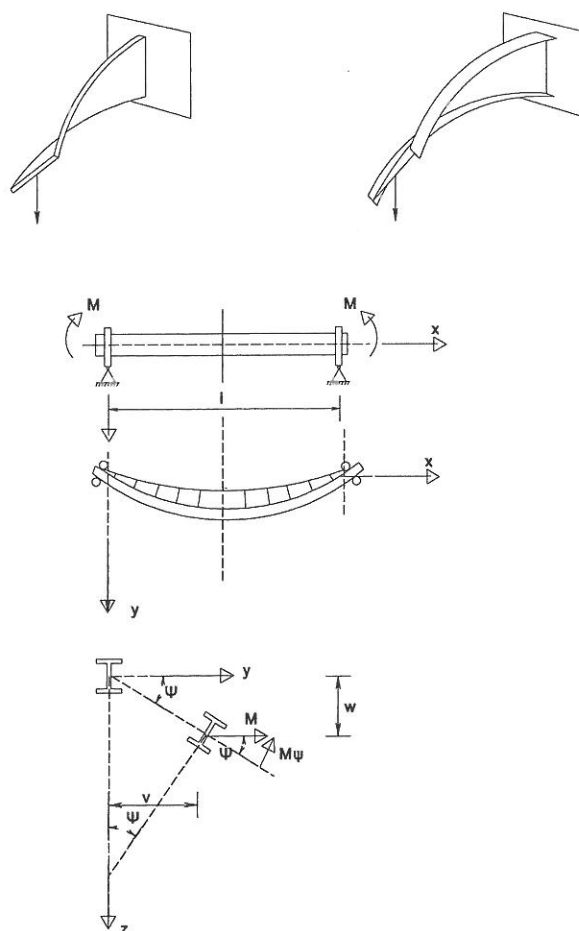
- kipning af bjælker (*figur 2*)
- foldning af plader (*figur 3*)
- foldning af skaller (*figur 4*)



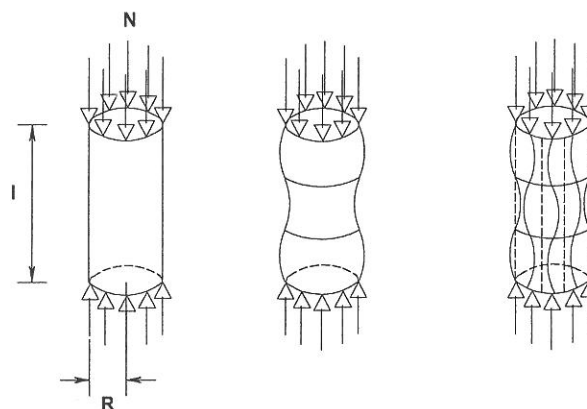
Figur 1. Bøjningsudknækning af søjle



Figur 3. Foldning af pladefelt

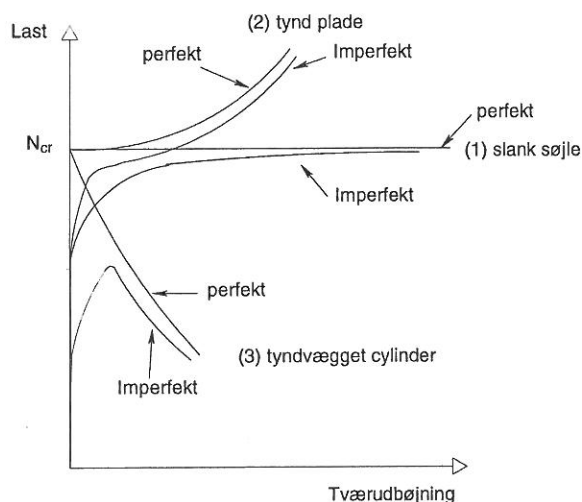


Figur 2. Kipning af bjælker



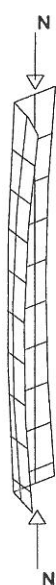
Figur 4. Foldning af cylinderskal

Den grundlæggende forskel mellem virkemåden for søjler, plader og skaller fremgår af figur 5. I det elastiske område er der en rimelig overensstemmelse mellem den kritiske last og den maximale last, der kan bæres af en virkelig (imperfekt) søjle. For plader kan bæreevnen være større end den kritiske last, såfremt den overkritiske bæreevne nås ved rimeligt små udbøjninger. Derimod er den maximale bæreevne for en virkelig (imperfekt) tyndvægget cylinder meget mindre end den teoretiske kritiske last.

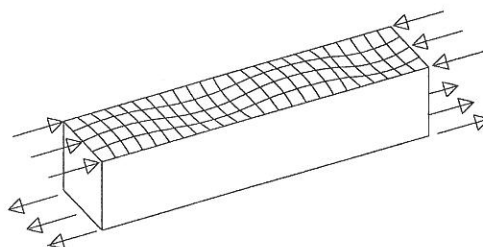


Figur 5. Elastisk foldning i det overkritiske område

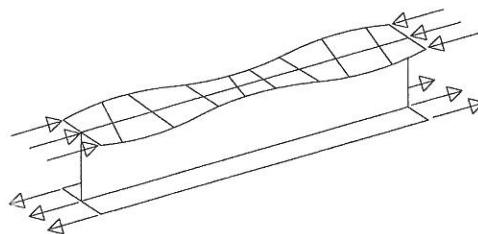
For trykstænger er den på *figur 1* viste bøjningsudknækning ikke den eneste mulige form for udknækning. I nogle tilfælde kan der optræde vridningsudknækning (*figur 6*) eller en kombination af vridnings- og bøjningsudknækning. Hvis et konstruktions-element er tyndvægget, kan der også forekomme foldning af tværsnittets pladefelter (*figur 7*), kombineret med global udknækning af hele elementet.



Figur 6. Vridningsfoldning af søjle



(a) kassedrager



(b) pladedrager

Figur 7. Foldning af pladefelter i bjælker

Bestemmelsen af den kritiske last ved hjælp af bifurcationsteorien udnytter, at den kritiske tilstand er forbundet med en neutral ligevægtstilstand. Ligevægtsbetingelsen for konstruktioner i svagt udbøjet tilstand fører til differentialligninger, der er simple at løse, i hvert fald for visse konstruktionstyper. Den kritiske last angiver stabilitetsniveauet for en konstruktion eller konstruktions-element. Den benyttes også som basisværdi ved beregning af bæreevnen for konstruktioner, hvor der er fare for instabilitet, som vist i en senere lektion. I denne lektion bestemmes de kritiske laster

ved løsning af de differentialligninger, der beskriver fænomenerne. Der udledes kun løsninger for de simpleste tilfælde af laster og randbetingelser. En generel metode til bestemmelse af kritiske laster, baseret på energibetragtninger, er anført i lektion 6.4.

2. BØJNINGSDUKNÆKNING AF SØJLER

For en retliniet søjle når den stabile ligevægt sin øvre grænse med den kritiske last, hvor søjlen er i ligevægt i udbøjet form (*figur 1*). I denne tilstand er bøjningsmomentet i et vilkårligt tværsnit i en simpelt understøttet søjle givet ved:

$$M = N \cdot y \quad (1)$$

Benyttes bøjningsteoriens differentialligning med hensyntagen til store flytninger, haves:

$$\frac{d^2 y / dx^2}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} = - \frac{M}{EI_z} \quad (2)$$

eller tilnærmelsen:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{EI_z} \quad (3)$$

som er tilstrækkelig nøjagtig for laster lige under den kritiske og når udbøjninger er små. Indsættes (1) heri, fås:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{N \cdot y}{EI_z} = 0 \quad (4)$$

hvor EI_z er søjlens bøjningsstivhed i udknækningsretningen.

Den fuldstændige løsning til denne ligning er:

$$y = A \sin kx + B \cos kx \quad (5)$$

hvor

$$k^2 = \frac{N}{EI_z} \quad (6)$$

(kun positive værdier, d.v.s. trykkræfter, er interessante).

A og B er arbitrære integrationskonstanter, som bestemmes ved hjælp af randbetingelserne:

$$y = 0 \quad \text{for } x = 0 \quad (7a)$$

og

$$y = 0 \quad \text{for } x = \ell \quad (7b)$$

Den første randbetingelse giver $B = 0$, og den anden giver:

$$A \sin k \ell = 0 \quad (8)$$

som kræver enten $A = 0$, der er uinteressant, fordi der så ikke er nogen udbøjning, eller $\sin k \ell = 0$, der giver:

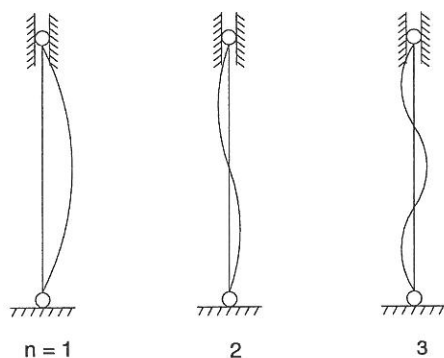
$$k \ell = n \pi \quad (9)$$

hvor n er et vilkårligt heltal.

Herefter kan den kritiske last bestemmes af:

$$N_{cr,n} = \frac{n^2 \pi^2 EI_z}{\ell^2} \quad (10)$$

Figur 8 viser de 3 laveste udknækningsformer ($n = 1, 2$ og 3).



Figur 8. Udknækningsformer for simpelt understøttet søjle

Den mindste værdi af $k\ell$ - og dermed også af den kritiske last N_{cr} - der opfylder (9) fås ved at vælge $n = 1$. Denne kritiske last kaldes Eulerlasten. I de tilfælde, hvor der benyttes afstivninger, kan udbøjningsformer af højere orden blive afgørende.

Den kritiske last for simpelt understøttede søjler blev udledt af Leonhard Euler i 1744. Historisk set er det den første løsning på et stabilitetsproblem. Samme fremgangsmåde kan benyttes ved søjler med andre randbetingelser.

Den ovenfor anførte kritiske last tager ikke hensyn til virkningen af forskydningskræfterne. Dette kan gøres ved at tage hensyn til forskydningsdeformationen

$$\gamma = \frac{V}{GA_v} \quad (11)$$

hvor V er forskydningskraften givet ved:

$$V = N \frac{dy}{dx} \quad (12)$$

og A_v er tværsnittets forskydningsareal.

Tilføjes forskydningskraftens bidrag til udbøjningskurvens hældning, fås følgende differentialligning:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{N}{GA_v} \frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{Ny}{EI_z} \quad (13)$$

der giver en kritisk last:

$$N_{cr}^* = \frac{N_{cr}}{1 + \frac{N_{cr}}{GA_v}} \quad (14)$$

Forskydningskraftens bidrag reducerer således den kritiske last i forhold til Eulerlasten. For massive søjler kan forskydningskraftens bidrag normalt negligeres, men for gittersøjler og trykstænger med tværafstivninger kan bidraget få betydning, og bør derfor tages i betragtning.

3. KIPNING

Når en bjælke påføres bøjning om den stærke akse, vil den normalt kun bøje ud i lastens plan. Imidlertid kan en bjælke, som ikke har tilstrækkelig bøjningsstivhed i tværretningen eller ikke fastholdes i tværretningen, knække ud af planen som vist på *figur 2*.

For en lige, elastisk bjælke er der ingen flytninger ud af planen, før momentet når den kritiske værdi, og bjælken kipper ved at den bøjer ud i tværretningen og vrides som vist på *figur 2*. Kipning vil derfor give anledning til både bøjning om den svage akse og vridning. I det enkleste tilfælde, hvor en simpelt understøttet bjælke med dobbeltsymmetrisk tværsnit påføres 2 lige store modsatrettede momenter ved bjælkeenderne, fås følgende differentialligninger:

- for bøjning om den svage akse:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = - \frac{M\psi}{EI_z} \quad (15)$$

- for vridning:

$$GI_t \frac{d\psi}{dx} - EI_w \frac{d^3\psi}{dx^3} = M \frac{dv}{dx} \quad (16)$$

hvor EI_z er bøjningsstivheden om den svage akse, og $M\psi$ er det bøjende moment om den svage akse, der opstår på grund af vinkeldrejningen ψ om bjælkeaksen. GI_t er Saint-Venant vridningsstivheden, EI_w er hvælvningsstivheden, og $M \frac{dv}{dx}$ vridningsmomentet, der stammer fra tværudbøjningen v .

Når begge disse ligninger opfyldes for ethvert punkt af bjælken, er denne i ligevægt i udbøjet og vredet tilstand. Ved at differentiere ligning (16) og indsætte resultatet i ligning (15) fås differentialligningen for kipning:

$$EI_w \frac{d^4\psi}{dx^4} - GI_t \frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{M^2\psi}{EI_z} \quad (17a)$$

eller

$$C_w \frac{d^4 \psi}{dx^4} - C \frac{d^2 \psi}{dx^2} = \frac{M^2 \psi}{EI_z} \quad (17b)$$

Dette udtryk blev første gang udledt af Prandtl i 1899. Den fuldstændige løsning til ligningen er :

$$\psi = A_1 \sinh k_1 x + B_1 \cosh k_1 x + A_2 \sinh k_2 x + B_2 \cosh k_2 x \quad (18)$$

hvor

$$k_1^2 = \frac{C}{2C_w} + \sqrt{\left(\frac{C}{2C_w}\right)^2 + \frac{M^2}{EI_z C}} \quad (19)$$

$$k_2^2 = -\frac{C}{2C_w} + \sqrt{\left(\frac{C}{2C_w}\right)^2 + \frac{M^2}{EI_z C}} \quad (20)$$

og A_1 , A_2 , B_1 og B_2 er integrationskonstanter, der skal tilfredsstille følgende randbetingelser:

$$\psi = 0 \text{ for } x = 0 \quad (21a)$$

og

$$\psi = 0 \text{ for } x = \ell \quad (21b)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0 \text{ for } x = 0 \quad (22a)$$

og

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = 0 \text{ for } x = \ell \quad (22b)$$

Ligningerne (21) og (22) udtrykker, at understøtningerne for en simpelt understøttet bjælke skal hindre såvel tværbøjningen som vridning, medens hvælvning af tværsnittene ved bjælkeenderne ikke er forhindret.

De 4 randbetingelser giver:

$$A_1 = B_1 = B_2 = 0 \quad (23)$$

og

$$A_2 \sin k_2 \ell = 0 \quad (24)$$

som giver enten $A_2 = 0$, der er uinteressant, fordi der så ingen vridning er, eller

$$\sin k_2 \ell = 0, \text{ og dermed} \quad (25)$$

$$k_2 \ell = n\pi$$

hvor n er et vilkårligt heltal.

Indsættes (25) med den mindste værdi for $k_2 \ell$ i ligning (20), kan denne omskrives til følgende udtryk, der angiver bjælkens kritiske moment med hensyn til kipning:

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_z \cdot C}}{\ell} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ell^2} \frac{C_w}{C}} \quad (26)$$

4. FOLDNING AF PLADER

Det simpleste eksempel på dette fænomen er en rektangulær plade, hvor de 4 rande er simpelt understøttet (fastholdt mod flytninger ud af planen, men ikke mod vinkeldrejninger), og påført tryk, som vist på *figur 3*. Ligesom ved trykstænger forbliver pladen plan, indtil den påførte last når den kritiske værdi, hvorefter den "buler" ud i tværretningen.

Differentialligningen for foldning af plader blev udledt af Bryan i 1891, og for det på *figur 3* viste tilfælde har den denne udformning:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{N}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (27)$$

hvor D er pladens bøjningsstivhed:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (28)$$

Den fuldstændige løsning til denne ligning er:

$$w = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (29)$$

der skal opfylde randbetingelserne

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{for } x = 0 \quad (30a)$$

og

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \text{for } x = a \quad (30b)$$

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{for } y = 0 \quad (31a)$$

og

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad \text{for } y = b \quad (31b)$$

Indsættes ligning (29) i ligning (27), fås:

$$N = \frac{\pi^2 a^2 D}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (32)$$

hvor m og n er antallet af halvbølger i henholdsvis retning x og y .

Den mindste værdi af N er pladens kritiske last N_{cr} som fås for $n = 1$. Det viser, at pladen vil folde på en sådan måde, at der kan være mange halvbølger i trykkraftens retningen, men kun een halvbølge vinkelret herpå. Derfor kan den kritiske last bestemmes af:

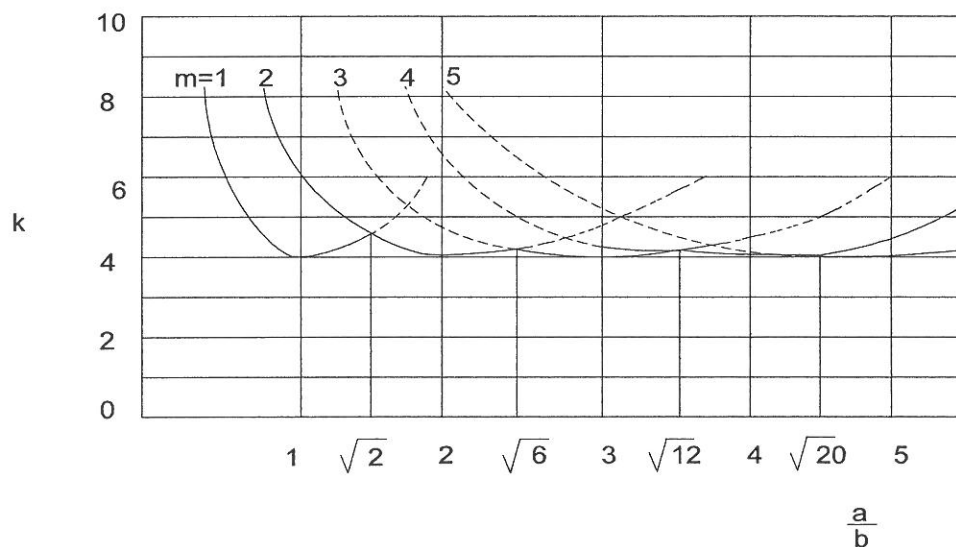
$$N_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{b^2} \quad (33)$$

hvor

$$k = \left(\frac{bm}{a} + \frac{a}{bm} \right)^2 \quad (34)$$

Hvis pladen folder i een halvbølge er $m = 1$, og k får sin minimumsværdi ($k = 4$) når $a = b$ (altså en kvadratisk plade).

Tilsvarende, hvis pladen folder i 2 halvbølger er $m = 2$, og k får sin minimumsværdi (også $k = 4$), når $a = 2b$. Med $m = 3, 4, \dots$ får man den serie af kurver, der er vist på figur 9. Det bemærkes, at for værdierne $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \dots$ af forholdet a/b er der sammenfald mellem 2 foldningsfigurer.



Figur 9. Faktor k som funktion af pladens sideforhold a/b

Af (28) og (33) fås det sædvanlige udtryk for pladens kritiske spænding

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{1 \cdot t} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

5. AFSLUTTENDE RESUMÈ

1. For trykpåvirkede elementer som trykstænger, bjælker, plader og skaller er den kritiske last lig med den øvre grænseværdi af bæreevnen for det virkelige (imperfekte) element.
2. Den kritiske last er knyttet til det elements neutrale (labile) ligevægtstilstand.
3. I simple tilfælde kan den kritiske last bestemmes ved løsning af de differentialligninger, der beskriver ligevægtstilstanden.

6. SUPPLERENDE LITTERATUR

1. Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, 2nd edition, New York, 1961.
2. Allen, H.G. and Bulson, P.S., "Background to Buckling", McGraw-Hill, London, 1980.
3. Shanley, F.R., "Strength of Materials", McGraw-Hill, New York, 1957.
4. Murray, N.W., "Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures", Clarendon Press, Oxford, 1984.

Lektion 7.5.1: Søjler I

FORMÅL

At beskrive forskellige typer stålsøjler og forklare den fremgangsmåden, der benyttes ved dimensioneringen.

FORUDSÆTNINGER

Lektion 6.1: Stabil og ustabil ligevægt

Lektion 7.2: Klassifikation af tværsnit

LEKTIONER VEDRØRENDE BESLÆGTEDE EMNER

Lektion 7.3: Lokal foldning

Lektion 7.6: *Built-up Columns*

Lektion 7.10.1 & 7.10.2: Bjælkesøjler

Lektion 7.12: Gitterspær og -dragere

TILHØRENDE TALEKSEMPLER

Eksempel 7.5: *Column Design*

RESUMÉ

Forskellige former for trykstænger med konstant, variabelt og sammensat tværsnit beskrives. Forskellen i virkemåde mellem kompakte og slanke søjler forklares, og baggrunden for dimensioneringen med de europæiske søjlekurver gennemgås.

Oversat og bearbejdet af S. Kloch, Aalborg Universitet, juli 1996

1. INDLEDNING

Søjler er lodrette konstruktionselementer, der påvirkes med tryknormalkræfter. De indgår for eksempel i bygninger til understøtning af gulvkonstruktioner, tage og krane. Hvis der, udover normalkraften, er en væsentlig momentpåvirkning, kaldes de for bjælkesøjler.

Betegnelsen trykstang benyttes normalt om konstruktionselementer, der kun påvirkes med en tryknormalkraft. Det kan være søjler i specielle lastkombinationer, men normalt anvendes betegnelsen om charnierforbundne trykpåvirkede stænger i gitterspær, gitterdragere eller afstivningsgitre.

I denne lektion behandles kun elementer udsat for ren trykpåvirkning, hvad der sjældent er tilfældet i praksis, idet ekscentrisk lastpåførsel, og fremfor alt tværbelastninger, normalt ikke kan negligeres. Trykpåvirkede elementer udgør imidlertid et grundtilfælde, der giver forståelse for behandlingen af bjælkesøjler (*lektion 7.10.1 og 7.10.2*), rammekonstruktioner (*lektion 7.11*) samt gitterspær og gitterdragere (*lektion 7.12*).

Da de fleste trykpåvirkede stålkonstruktioner er ret slanke, kan der opstå udknækning eller foldning. Det betyder at der, udover aksialkraften, optræder et bøjende moment som der skal tages hensyn til ved dimensioneringen.

I det følgende beskrives de forskellige typer trykpåvirkede konstruktionselementer kort, og virkemåden af både kompakte og slanke søjler gennemgås. De bæreevnekurver, der benyttes ved dimensionering af slanke søjler, introduceres.

2. OVERSIGT OVER TRYKPÅVIRKEDE ELEMENTER

2.1 Elementer med konstant tværsnit

Det optimale tværsnit for et trykpåvirket element har en stor inertiradius (i) svarende til den akse, hvorom udknækningen kan ske. Cirkulære rørprofiler vil i den sammenhæng være de bedst egnede, idet de har samme maximale værdi af denne parameter for alle retninger. Samlinger med disse profiler er imidlertid dyre og vanskelige at dimensionere og udføre.

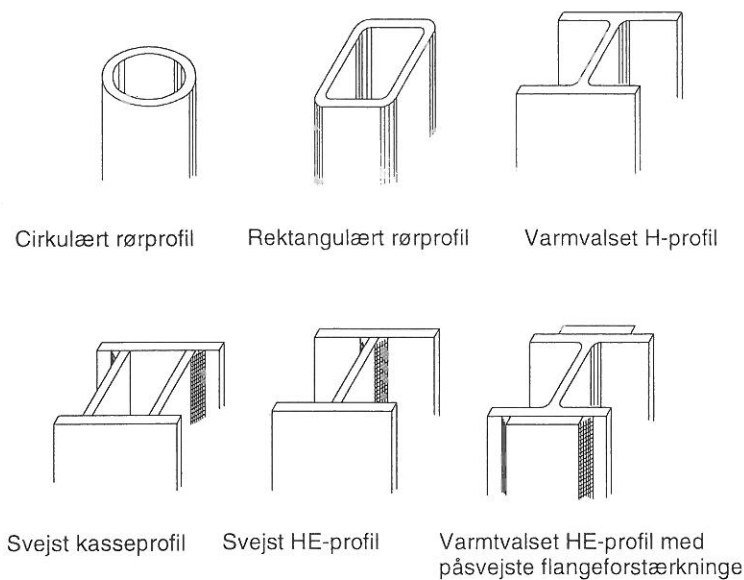
Kvadratiske eller rektangulære rørprofiler har også gode geometriske proportioner (de kvadratiske er de bedste), og samlingerne er lettere at dimensionere, men igen dyre at udføre.

Valsede profiler er faktisk de mest anvendte tværsnit i trykstænger. De fleste har kraftige flanger, der er udformet, så de er velegnede til at optage trykkræfter. De har generelt en sådan form, at inertiradius i_z for udknækning om den svage akse er relativ stor, og flangetykkelsen er normalt stor nok til, at man undgår foldning (der kan dog være problemer med spinkle H-profiler af højstyrkestål). Det åbne tværsnit, der fremkommer ved traditionel valseteknik, gør det let at udføre bjælke-søjle samlinger og andre samlinger.

Svejste kasse- og H-profiler er anvendelige, når der tages forholdsregler mod foldning i flanger. De kan dimensioneres til at optage den nødvendige last, og det er let at udføre samlinger med andre konstruktionselementer. Der er også mulighed for at forstærke disse profiler med påsvejste plader.

Figur 1 viser alle de ovenfor nævnte profiler. Bemærk at:

- understøtningsbetingelserne er vigtige ved dimensioneringen af en simpel trykstang, fordi de fastlægger den fri søjlelængde, der indgår i beregningen af den kritiske last. Cirkulære rørprofiler er ikke optimale, hvis den fri søjlelængde for de 2 hovedretninger er forskellig, i sådanne tilfælde vil et tværsnit, der ikke er rotationssymmetrisk, være at foretrække.
- udover aksialkraften er trykstænger ofte udsat for en bøjningspåvirkning, og i disse tilfælde kan I-profiler være at foretrække for H-profiler.

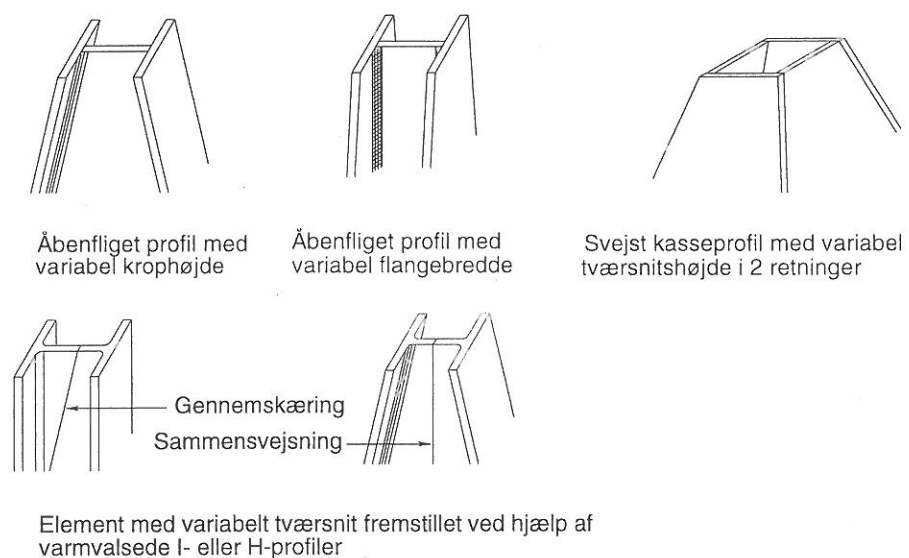


Figur 1. Eksempler på søjletværsnit.

2.2 Elementer med variabelt tværsnit

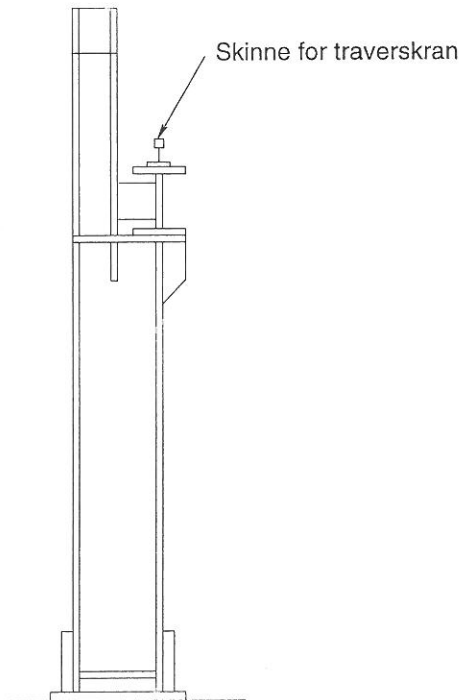
Elementer med variabelt tværsnit over længden kan udføres, så tværsnitsændringen enten foregår kontinuerligt eller trinvis.

I elementerne vist på *figur 2* sker tværsnitsændringen kontinuerligt over længden. Det kan være åbne eller kasseformede svejste profiler, og tværsnitsvariationen kan indføres med enten kropplade eller flanger eller eventuelt begge dele. Det klassiske eksempel er det, hvor et valset I- eller H-profil gennemskares diagonalt, og de 2 dele vendes og sammensvejses igen.



Figur 2. Eksempler på kontinuerlig tværsnitsvariation.

Søjler med trinvis ændring af tværsnittet er vist på *figur 3*. Et typisk eksempel på anvendelsen er industribygninger med traverskraner. Det reducerede tværsnit er tilstrækkeligt til at bære tagkonstruktionen, men må øges på grund af den ekstra last under kranens niveau. Denne søjletype kan også udnyttes i fleretages bygninger til at bære den større søjlelast i de nederste etager.

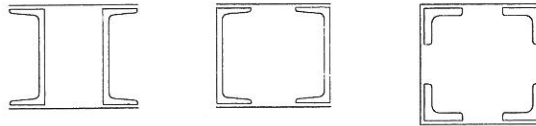


Figur 3. Søjle med trinvis ændring af tværsnit

2.3 Sammensatte søjler

Sammensatte søjler fremstilles af flere elementer og består af 2 eller flere hovedkomponenter, der med mellemrum er forbundet til en enhed (*figur 4*). U-profiler og vinkeljern benyttes ofte som hovedkomponenter, men også I- og H-profiler er anvendelige. De forbindes med gitter- eller tværafstivninger udført af fladstål, vinkeljern eller små U-profiler. På *figur 5* ses eksempler på anordning af gitter- og tværafstivninger samt kombinationer heraf. Sammensatte søjler kan også udføres med afstivningen der består af plader med udstansninger (*figur 6*).

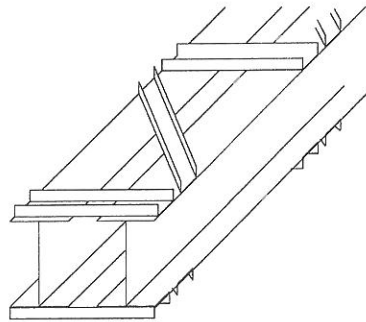
Fordelen ved de sammensatte søjler er, at de bliver relativt lette, fordi det meste af stålmateriale kan placeres langt fra tyngdepunktet, og dermed får tværsnittet en relativ stor inertiradius. Den alvorligste ulempe er de høje fremstillingsomkostninger. Sammensatte søjler benyttes især ved store konstruktioner med lange trykstænger udsat for store laster. Det bemærkes, at de enkelte delelementer også skal undersøges for udknækning.



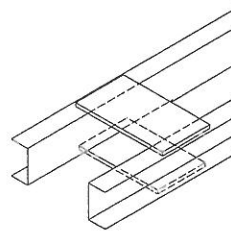
U- eller vinkelprofiler som hovedkomponenter



I- eller H-profiler som hovedkomponenter

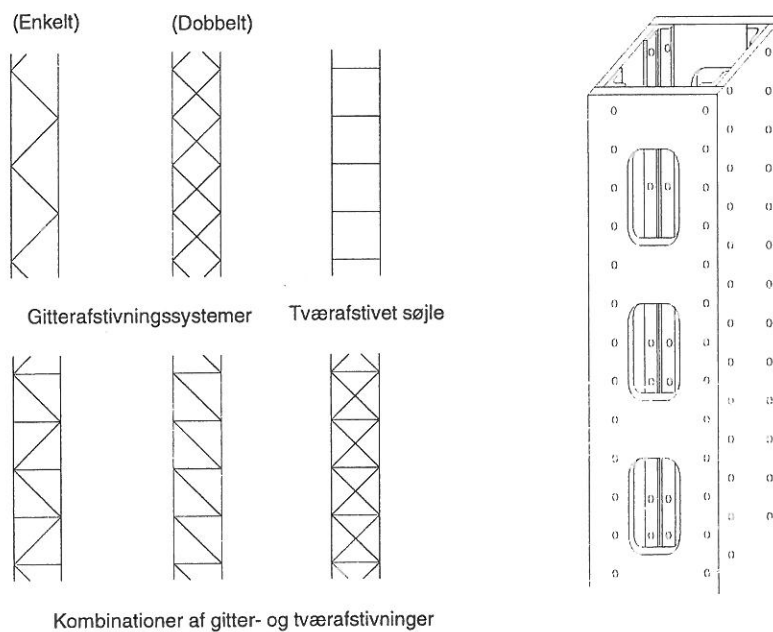


I-profiler med gitterafstivning af U-profiler



U-profiler med tværafstivning af fladjernslasker

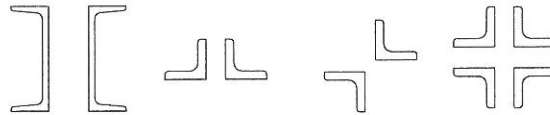
Figur 4. Eksempler på sammensatte søjletværsnit



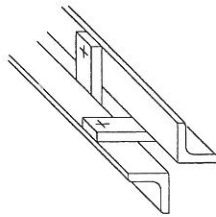
Figur 5. Gitter- og tværafstivninger i sammensatte søjler

Figur 6. Sammensat søjle afstivet med udstansede plader

Figur 7 viser eksempler på sammensatte elementer, der er udført med tætsiddende profiler, og en samlingsdetalje i en korsformet trykstang. De er ikke så effektive som de foregående, fordi inertiradius bliver relativt mindre, men de har den fordel, at det er let at udføre samlinger med andre elementer. Under trykpåvirkning opfører de sig på lignende måde som de ovenfor beskrevne, derfor medtages de i dette afsnit.



Elementer sammensat af tætsiddende profiler

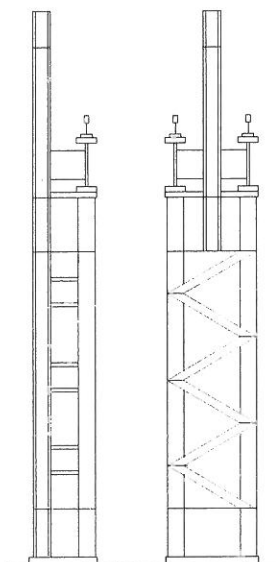


Detalje af tværafstivet korsformet element

Figur 7. Eksempler på sammensatte søjletværsnit

Sammensatte søjler kan have både konstant og varierende tværsnit, på *figur 8* ses eksempler på sammensatte søjler med trinvis variation.

Dimensioneringen af sammensatte søjler behandles i lektion 7.6.



Figur 8. Sammensat søjle med varierende tværsnit

3. RENT TRYK UDEN SØJLEVIRKNING

3.1 Kompakte søjler

Korte og kraftige søjler er karakteriseret ved lav slankhed og har ikke tendens til udknækning, derfor kan de dimensioneres for flydespændingen f_y .

Hvis der ikke opstår foldning (som det kan forudsættes for tværsnit klasse 1, 2 og 3), kan brudmåden for sådanne elementer betragtes som værende perfekt plastisk for hele tværsnittet, hvilket teoretisk set indtræder når alle fibre i tværsnittet når spændingen f_y . Det må bemærkes, at egenpændinger og geometriske imperfektioner praktisk taget ingen indflydelse har på brudstyrken for denne type søjler, og at de fleste forsøg med kompakte søjler viser større styrke end svarende til flydespændingen på grund af tøjningshærdningen.

Den maximale trykkraft N_{\max} er derfor lig med tværsnittets plastiske modstandsevne:

$$N_{\max} = N_{pl} = A_{\text{eff}} f_y \quad (1)$$

A_{eff} er tværsnittets effektive areal, se afsnit 3.2.

I henhold til Eurocode 3 betragtes søjler som kompakte, når den dimensionsløse slankhed $\bar{\lambda}$ er $\leq 0,2$ ($\bar{\lambda}$ er defineret i afsnit 5.1). På ECCS-kurverne repræsenteres de ved flydeplatauet, se afsnit 5.2.

3.2 Effektivt areal

For tværsnit klasse 1, 2 og 3, der dimensioneres for tryk, kan det effektive areal beregnes på grundlag af bruttotværsnittets foreskrevne dimensioner. Huller, der indgår i boltesamlinger, skal ikke fradrages.

4. STABILITET AF SLANKE SØJLER

4.1 Kritisk spænding (Euler)

Hvis ℓ er den kritiske længde (fri søjlelængde), bliver den kritiske søjlekræft (Eulerlasten) N_{cr} :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{\ell^2} \quad (2)$$

og tilsvarende defineres den kritiske Eulerspænding σ_{cr} som:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E I}{\ell^2 A} \quad (3)$$

Indføres inertiradius $i = \sqrt{I/A}$, og slankhedsforholdet $\lambda = \ell/i$, for den relevante udknækningsform, kan ligning (3) omskrives til:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (4)$$

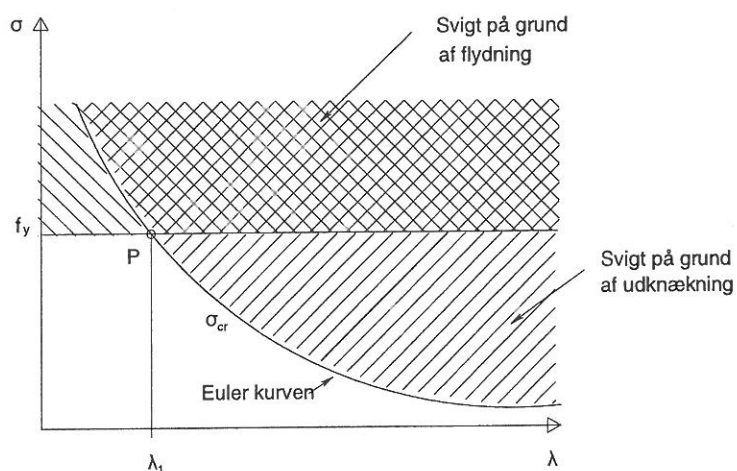
Optegnes kurven for σ_{cr} som funktion af λ (figur 9), sammen med en linie der repræsenterer fuld flydning, $\sigma = f_y$, er det interessant at betragte de idealiserede

områder, hvor svigt opstår på grund af udknækning henholdsvis flydning. Skæringspunktet P for de 2 kurver angiver den teoretisk største værdi af slankhedsforholdet for en søjle med styrke svarende til trykflydning. Dette slankhedsforhold (kaldet Euler slankheden) betegnes med λ_1 i Eurocode 3, og er lig med:

$$\lambda_1 = \pi [E/f_y]^{1/2} = 93,9\epsilon \quad (5)$$

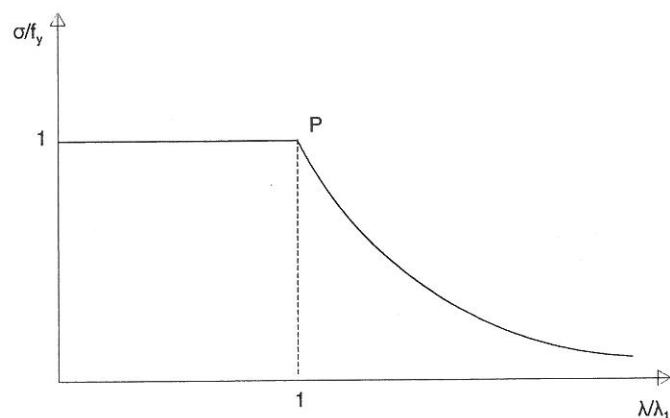
$$\text{hvor: } \epsilon = [235/f_y]^{1/2} \quad (6)$$

λ_1 er lig med 93,9 for stålstyrke Fe 235 og 76,4 for stålstyrke Fe 355.



Figur 9. Søjlekurve og svigtkriterier

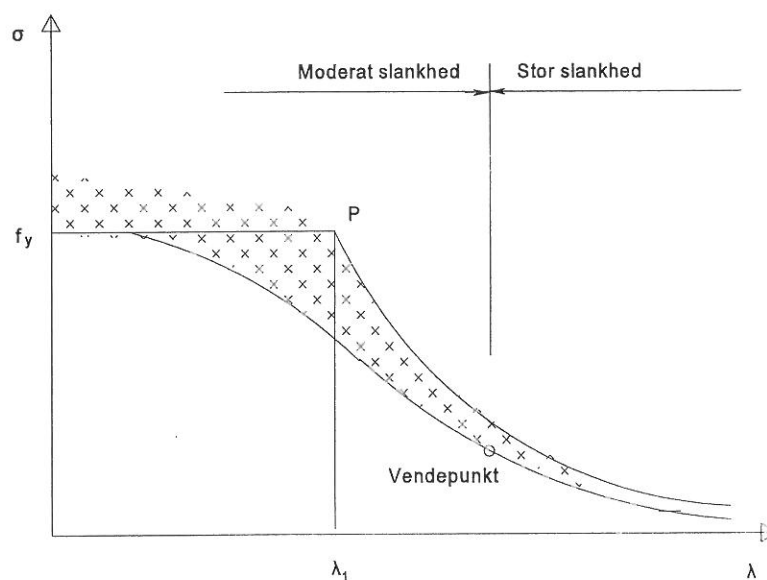
En dimensionsløs udgave af diagrammet fås ved at optegne σ/f_y som funktion af λ/λ_1 (figur 10) og er den form, der benyttes til ECCS-kurverne (se afsnit 5.2). Koordinaterne til punkt P bliver derfor (1,1).



Figur 10. Dimensionsløs søjlekurve

4.2 Udknækning af virkelige søjler

Den virkelige opførsel af stålsøjler er ret forskellig fra den, der er beskrevet i det foregående, idet der normalt opstår svigt som følge af ikke-elastisk udknækning, inden Eulerlasten nås. Forskellen fra den teoretiske virkemåde skyldes forskellige former for imperfektioner i de virkelige søjler. Det drejer sig om forhåndskrumning, egenspændinger, ekscentricitet i lastpåførsel og deformationshærdning, og alle disse imperfektioner påvirker udknækningsforløbet og dermed søjlens brudlast. Resultater fra forsøg med virkelige søjler er vist på *figur 11*. Søjler med moderat slankhed udviser større afvigelser fra de teoretiske kurver end søjler med stor slankhed. I området med moderate værdier af slankhedsforholdet λ (der i praksis repræsenterer de fleste søjler), er virkningen af imperfektionerne signifikant og må vurderes omhyggeligt. Den største reduktion i forhold til de teoretiske værdier optræder i nærheden af Eulerslankheden λ_1 .



Figur 11. Forsøgsresultater med virkelige søjler

Den viste grænsekurve er fastlagt ud fra en statistisk behandling af forsøgsresultaterne og repræsenterer en sikker undergrænse for lasten.

a. Slanke søjler

En søjle kan betragtes som værende slank, hvis dens slankhedsforhold er større end det, der svarer til vendepunktet på grænsekurven vist på *figur 11*.

Brudlasten for en slank søjle ligger tæt på den kritiske Eulerlast N_{cr} . Da denne ikke afhænger af flydespændingen, bliver slanke søjler ofte dimensioneret på grundlag af forholdet $\lambda^2 = (A \ell_{cr}^2)/I$, der er en rent geometrisk størrelse, hvori den mekaniske styrke ikke indgår.

Tværsnit, der består af et enkelt vinkeljern eller korsformet sammensatte vinkeljern eller af tynde plader, har normalt et lille inertimoment for udbøjning om den svage akse, i forhold til deres areal. Det resulterer i store

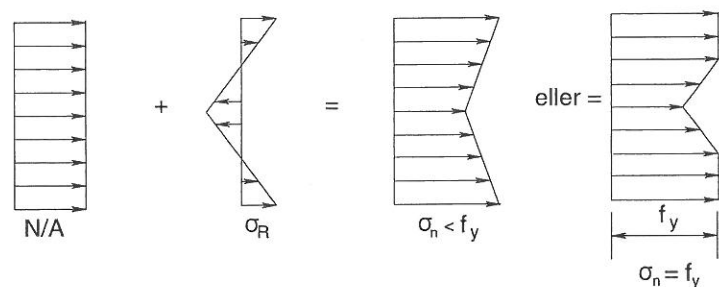
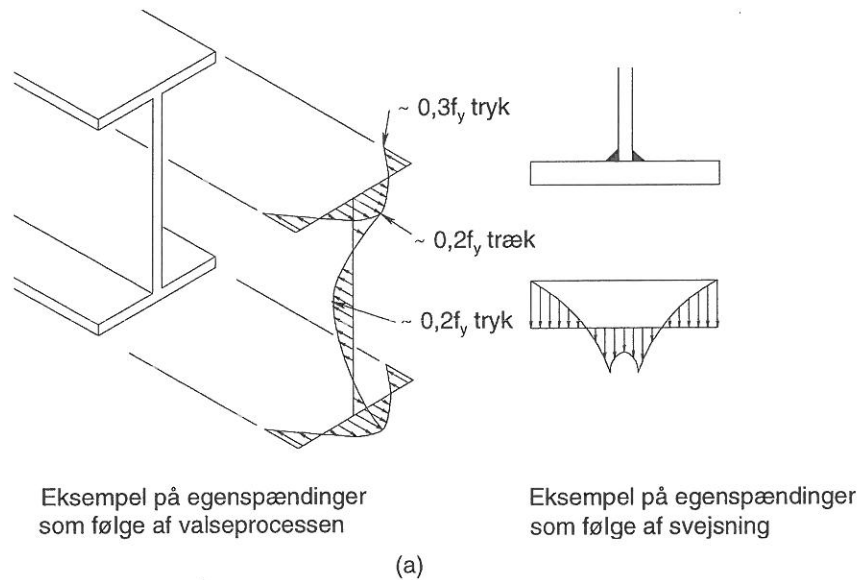
slankhedsforhold med tendens til udknækning, og er begrundelsen for, at afstivningsgitre, der udføres med disse tværsnit, kun dimensioneres for træk ("slappe diagonaler").

b. Søjler med moderat slankhed

Søjler med moderat slankhed er dem, der afviger mest fra Eulers teori. Når der opstår udknækning, har nogle fibre allerede nået flydespændingen, og brudlasten er ikke blot en funktion af slankhedsforholdet. Jo flere imperfektioner der optræder, jo større vil afvigelsen fra den teoretiske virkemåde være. Forhåndskrumning og egenspændinger er de imperfektioner, der har størst indflydelse på virkemåden af denne gruppe søjler.

Egenspændingerne kan være fordelt på forskellig måde over tværsnittet. De opstår ved svejsning, varmvalsning, flammeskæring eller koldformning. *Figur 12a* viser eksempler på nogle egenspændingsmønstre, der kan forekomme.

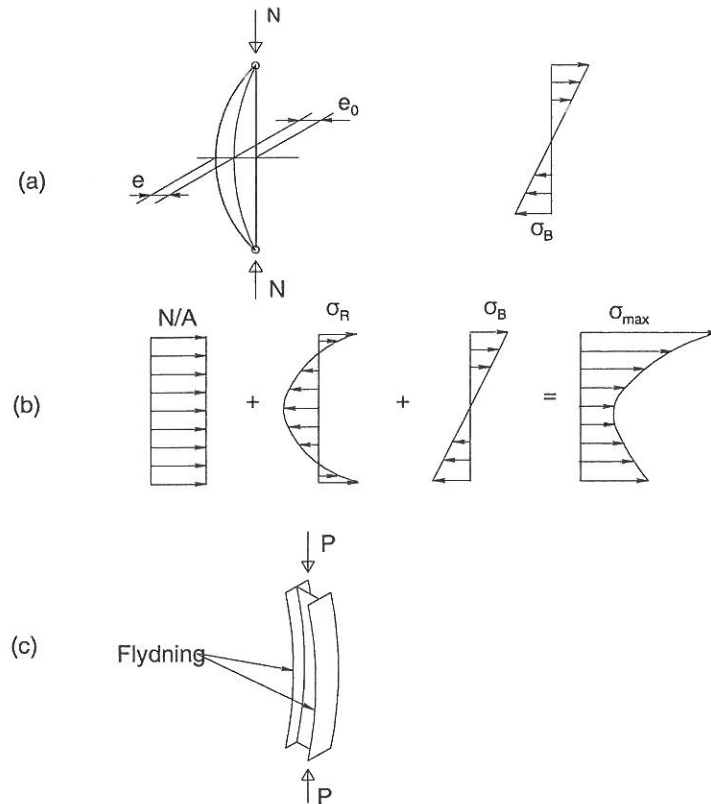
Kombinationen af egenspændinger og aksialspændinger er vist på *figur 12b*. Hvis den maximale spænding σ_n når flydespændingen f_y , vil der opstå begyndende flydning i tværsnittet, og det effektive areal til optagelse af den voksende normalkraft bliver dermed reduceret.



(b) Egenspændinger kombineret med normalspændinger

Figur 12. Eksempler på virkningen af egenspændingsfordelinger

Tilsvarende vil en forhåndskrumning med pilhøjden e_0 give et bøjende moment med en maximal spænding σ_B (se figur 13a), der sammen med egenspændingen σ_R giver en spændingsfordeling som vist i figur 13b. Hvis den maximale spænding σ_{\max} overstiger flydespændingen, vil den resulterende fordeling være delvis plastisk på grund af trykflydning som vist på figur 13c.



Figur 13. Trykstang ved begyndende flydning

5. DE EUROPÆISKE SØJLEKURVER

5.1 Det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}$

Det normaliserede slankhedsforhold eller det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}$ er en parameter, der for tværsnit i klasse 1, 2 og 3 defineres som:

$$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_1 \quad (7)$$

hvor $\lambda = \ell / i$ og λ_1 er defineret ved (5) i afsnit 4.1. $\bar{\lambda}$ kan også skrives på formen:

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{\lambda^2}{\pi^2} \frac{f_y}{E} = \frac{f_y}{\sigma_{cr}} \quad (8)$$

eller $\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ [DS 412 benytter betegnelsen λ i stedet for $\bar{\lambda}$] (9)

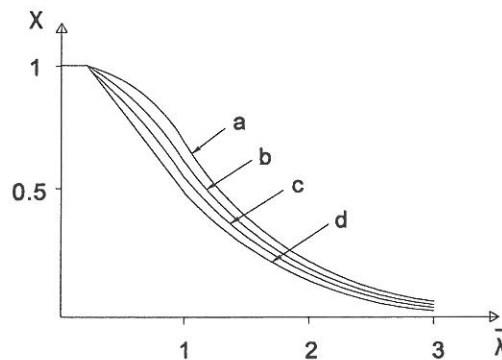
5.2 Grundlaget for ECCS's søjlekurver

Siden 1960 har ECCS gennemført et internationalt forsøgsprogram for at studere virkemåden af standardsøjler. Der er udført mere end 1000 forsøg med søjler med forskellige typer af tværsnit (I, H, T, U, cirkulære og rektangulære rør -profiler) og med forskellige slankhedsforhold (mellem 55 og 160). En probalistisk behandling af de eksperimentelt bestemte styrker kombineret med teoretiske analyser har vist, at det er muligt at optegne kurver, der beskriver søjlebæreevnen som funktion af den relative slankhed. De former for imperfektioner, der er taget hensyn til, er dels en sinusformet forhåndskrumning med en pilhøjde på 1/1000 af søjlens længde, og dels virkningen af egenspændinger svarende til den pågældende profiltype.

De europæiske bæreevnekurver (a, b, c og d) er vist på *figur 14*. De angiver værdien af reduktionsfaktoren χ for bæreevnen af søjlen som funktion af det relative slankhedsforhold for forskellige typer tværsnit (refererende til værdien af imperfektionsfaktoren α). Det matematiske udtryk for er χ :

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{\frac{1}{2}}} \leq 1 \quad (10)$$

$$\text{hvor: } \phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (11)$$



Figur 14. De europæiske søjlekurver

I *tabel 1* angives værdier for reduktionsfaktoren χ som funktion af det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}$.

Imperfektionsfaktoren α afhænger af den betragtede søjles tværsnitsform, retningen hvori udknækningen kan ske (y- eller z-aksen), og af fabrikationsprocessen (varmvalset, svejst eller koldformet). Værdier af α , der vokser med størrelsen af imperfektionerne, er givet i *tabel 2*.

Kurve a repræsenterer delvist perfekte tværsnitsformer, det er valsede I-profiler med $h/b > 1.2$, og hvor udknækningen sker om den stærke akse, samt valsede rørprofiler.

Kurve b repræsenterer tværsnitsformer med moderate imperfektioner. Det drejer sig om det fleste svejste kasseprofiler, valsede I-profiler ved udknækning om den svage akse, svejste I-profiler med tynde flanger ($t_f \leq 40$ mm) og om valsede I-profiler med moderat flangetykkelse ($40 \text{ mm} \leq t_f \leq 100$ mm), såfremt udknækningen sker om den stærke akse. Desuden gælder det hule koldformede profiler, hvor stålets middelstyrke

efter formningsprocessen benyttes.

Kurve c repræsenterer tværsnitsformer med større imperfektioner. Til denne kategori hører U, L og T-formede profiler. Desuden gælder det svejste kasseprofiler med stor godstykke, koldformede hule profiler, der dimensioneres på basis af grundmaterialets flydespænding, og valsede H-profiler med $h/b < 1.2$, $t_f \leq 100$ mm ved udknækningen om den svage akse. Kurve c benyttes også til visse svejste I-profiler med $t_f \leq 40$ mm ved udknækning om den svage akse, eller med $t_f > 40$ mm ved udknækning om den stærke akse.

Kurve d repræsenterer tværsnitsformer med maximale imperfektioner. Den benyttes til valsede I-profiler med meget tykke flanger ($t_f > 100$ mm) og til svejste I-profiler med $t_f > 40$ mm ved udknækning om den svage akse.

Tabel 4 kan benyttes til at vælge den korrekte kurve som funktion af tværsnits type, dimensionsgrænser og udknækningsretning. For koldformede hule profiler er f_{yb} trækflydespændingen og f_{ya} middelflydespændingen. Hvis et tværsnit ikke falder inden for de anførte kategorier, må det klassificeres tilsvarende.

Det er vigtigt at bemærke, at bæreevnekurverne er opstillet for simpelt understøttede søjler påført last ved enderne. Hvis understøtningsbetingelserne afviger herfra, er det derfor nødvendigt at fastlægge den fri søjlelængde, se afsnit 7.7.

5.3 Ækvivalent geometrisk imperfektion

For at analysere en søjle efter 2. ordens teorien er det nødvendigt at fastlægge de geometriske imperfektioner (forhåndskrumning og ekscentricitet i lastpåførsel) og de mekaniske imperfektioner (egenspændinger og variation i flydespænding). Eurocode 3 foreslår værdier af forhåndskrumningens pilhøjde e_0 , der tager højde for begge de 2 nævnte geometriske imperfektioner.

Hvis søjlen dimensioneres på grundlag af en elastisk analyse, vælges e_0 til:

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) W_{pl}/A \text{ ved plastisk dimensionering af tværsnit}$$

eller

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) W_{el}/A \text{ ved elastisk dimensionering af tværsnit}$$

(12)

Dimensioneres søjlen derimod på grundlag af en elasto-plastisk analyse (elasto-plastisk eller elastisk perfekt-plastisk), er e_0 en funktion af den fri søjlelængde L , se tabel 3.

5.4 Fremgangsmåde ved dimensionering af trykstænger

Ved dimensionering af en simpel trykstang er det først nødvendigt at fastlægge den fri søjlelængde for udknækning om begge hovedakser, bl. a. under hensyntagen til understøtningsforholdene ved enderne. På grundlag af den kritiske Eulerkraft beregnes dernæst det nødvendige inertimoment for at få en ide om det mindste tværsnit, der teoretisk set kan anvendes. Herefter gennemføres følgende procedure:

- ud fra tværsnitskonstanterne og flydespændingen beregnes det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}$ (ligning 9).

- χ beregnes under hensyntagen til formningsprocessen, tværsnitsform og godstykkelse, enten ved hjælp af bæreevnekurverne eller med ligning (10) og (11)

Trykstangens kritiske bæreevne er herefter:

$$N_{b,Rd} = \chi A f_y / \gamma_{M1}$$

den plastiske bæreevne bliver:

$$N_{pl,Rd} = A f_y / \gamma_{M0}$$

og bæreevnen med hensyn til (lokal) foldning bliver:

$$N_{o,Rd} = A_{eff} f_y / \gamma_{M1}$$

Er disse værdier alle større end søjlens regningsmæssige normalkraft, er det valgte tværsnit i orden, ellers må beregningen gentages med et større tværsnit.

Det er desuden nødvendigt at sikre sig, at søjlen er fastholdt mod vridningsudknækning og kombineret vridnings- bøjningsudknækning.

Det bemærkes, at både DS 412 og Eurocode 3 benytter samme værdi for γ_{M1} og γ_{M0} .

6. AFSLUTTENDE RESUMÉ

1. Mange forskellige former for tværsnit anvendes som trykstænger, både enkelte og sammensatte profiler samt tværsnit, der varierer kontinuerligt eller trinvist.
2. En kompakt søjle (med $\bar{\lambda} \leq 0.2$) har den fulde plastiske bæreevne af tværsnittet og skal ikke kontrolleres mod udknækning.
3. Hvis $\bar{\lambda} > 0.2$, skal der tages hensyn til reduktionen i bæreevnen på grund af udknækning. Søjler med moderat slankhed svigter ved en ikke-elastisk udknækning, medens slanke søjler svigter ved elastisk udknækning.
4. De europæiske bæreevnekurver angiver reduktionsfaktoren for den relevante udknækningsform afhængig af tværsnittets form, fremstillingsprocessen, det relative slankhedsforhold og udknækningsretningen. De er baseret på eksperimentelle og teoretiske overvejelser og giver pålidelige resultater.

7. LITTERATURHENVISNINGER

1. Dowling P.J., Knowles, P. and Owens G.W., "Structural Steel Design", The Steel Construction Institute, Butterworths, 1988.
2. European Convention for Constructional Steelwork, "Manual on Stability of Steel Structures", June 1976.
3. Structural Stability Research Council, "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", Edited by B.G. Johnson, John Wiley & Sons, 1976.
4. Trahair, N.S. and Bradford, M.A., "The Behaviour and Design of Steel Structures", 2nd Edition, Chapman & Hall, 1988.
5. Mac Ginley T.J. and Ang T.C., "Structural Steelwork: Design to Limit State Theory", Butterworths, 1987.

λ	Reduktionsfaktor χ			
	Kurve a	Kurve b	Kurve c	Kurve d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

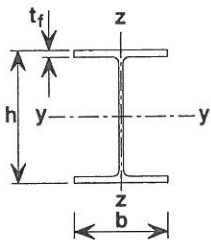
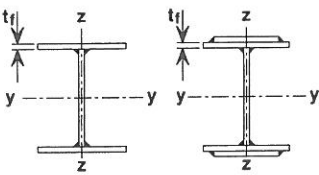

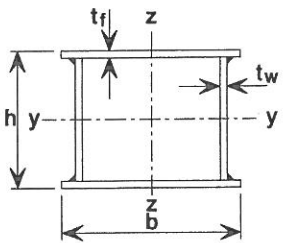
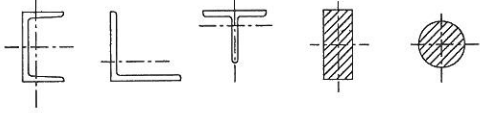
Tabel 1. Reduktionsfaktor

Bæreevnekurve	a	b	c	d
Imperfektionsfaktor α	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabel 2. Imperfektionsfaktor

Bæreevnekurve	Elasto-plastisk	Elastisk-perfekt plastisk
a	L/600	L/400
b	L/380	L/250
c	L/270	L/200
d	L/180	L/150

Tabel 3. Ækvivalent geometrisk imperfektion

Tværsnit	Dimensionsgrænser	Udknækningsakse	Bæreevne kurve
Valsede I-profiler 	$h/b > 1,2$: $t_f \leq 40\text{mm}$	y - y z - z	a b
	$40\text{mm} < t_f \leq 100\text{mm}$	y - y z - z	b c
	$h/b \leq 1,2$: $t_f \leq 100\text{mm}$	y - y z - z	b c
	$t_f > 100\text{mm}$	y - y z - z	d d
Svejste I-profiler 	$t_f \leq 40\text{mm}$	y - y z - z	b c
	$t_f > 40\text{mm}$	y - y z - z	c d
Rørprofiler 	valset	alle	a
	koldformet - når f_{yb} anvendes	alle	b
	koldformet - når f_{ya} anvendes	alle	c
Svejste kasseprofiler 	generelt (undtagen nedenstående)	alle	b
	tykke svejsesømme og $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	y - y z - z	c c
U-, L-, T- og massive profiler 		alle	c

Tabel 4. Valg af bæreevnekurve for tværsnit

Lektion 11.1.1: Samlinger i bygninger.

FORMÅL

At beskrive måderne, hvorpå samlinger udføres i stålbygninger og at gøre rede for vigtigheden af et korrekt valg af samlingstype, både med hensyn til konstruktionens samlede bæreevne og økonomi.

Desuden omtales grundprincipperne for beregning af samlinger.

FORUDSÆTNINGER

Lektion 1B.5:	<i>Introduction to the Design of Simple Industrial Buildings</i>
Lektion 1B.7:	<i>Introduction to the Design of Multi-Storey Buildings</i>
Lektion 3.1.1:	<i>General Fabrication of Steel Structures I</i>
Lektion 3.5:	<i>Fabrication/Erection of Buildings</i>

LEKTIONER VEDR. BESLÆGTEDE EMNER

Lektion 11.1.2:	Introduktion til dimensionering af samlinger
Lektion 11.2.1-3:	Svejste samlinger
Lektion 11.3.1-2:	Boltede samlinger
Lektion 11.4.1-4:	Beregning af samlinger
Lektion 11.5:	<i>Simple Connections for Buildings</i>
Lektion 11.6:	<i>Moment Connections for Continuous Framing</i>
Lektion 11.7:	<i>Partial Strength Connections for Semi-Continuous Framing</i>
Lektion 11.8:	<i>Splices</i>
Lektion 13:	<i>Tubular Structures</i>

RESUMÉ

Behovet for forskellige typer af samlinger i stålkonstruktioner fastlægges, og deres grundlæggende udformning gennemgås. Der gøres rede for forskellige måder, samlinger kan udføres på, når der skal være sammenhæng imellem den lokale overførsel af kræfter i samlingen, konstruktionens bæreevne som helhed og endelig de praktiske aspekter i forbindelse med fremstilling og montage.

Oversat og bearbejdet af: Ida Larsen, Ingeniørhøjskolen i Sydsjælland, august 1996
Peter Ehlers. Ingeniørhøjskolen i Århus, august 997

1. INDLEDNING

Stålrammebygninger består af et vist antal konstruktionselementer af varierende udformning; disse skal hver især fastgøres på passende måde til de tilstødende dele af konstruktionen. Dette medfører et stort antal samlingstyper.

Indledningsvis kan det være nyttigt at gøre sig klart, i hvilke situationer der typisk vil være behov for at anordne en samling:

- i) Ved retningsændringer, f.eks. bjælke-søjlesamlinger, bjælke-bjælkesamlinger og samlinger mellem forskellige dele i gitre.
- ii) For at sikre håndterbare størrelser af konstruktionsdele ved transport og montage, f.eks. "afbrydes" søjlers længde normalt med stødsamlinger for hver to eller tre etager.
- iii) Ved ændring af konstruktionsdeles type, herunder også fastgørelse af ståldele til andre bygningsdele, f.eks. søjlefundamenter, fastgørelse til betongerner, vægge, gulve og tage.

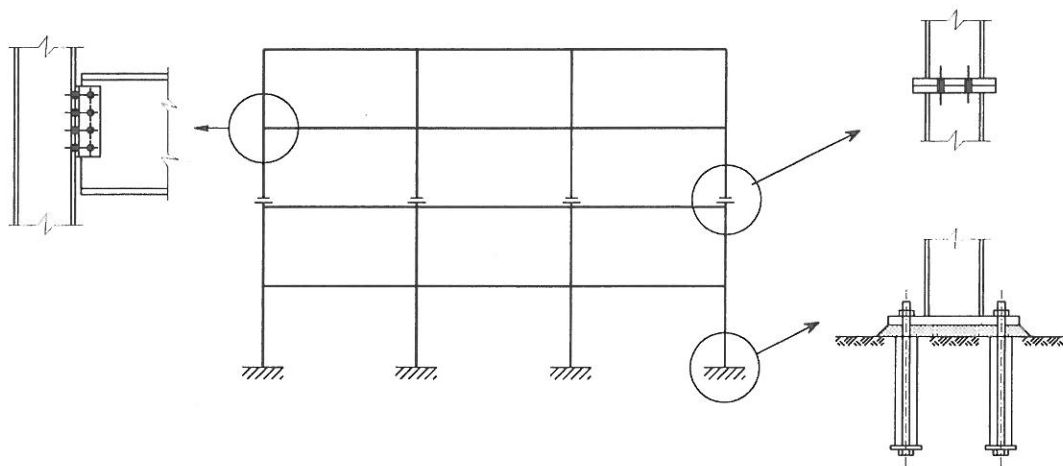
Figur 1 viser eksempler på samlinger i en fleretages ramme.

Samlinger er vigtige dele i enhver stålkonstruktion. Deres mekaniske egenskaber har stor indflydelse på hele konstruktionens styrke, stivhed og stabilitet.

Antallet og kompleksiteten af samlingerne har en afgørende betydning for, hvor meget tid der er påkrævet til de statiske beregninger og fremstilling af tegninger.

Produktion af samlinger, d.v.s. udskæring, boring og svejsning af hovedkomponenterne med tilhørende plader, beslag og afstivninger, bruger en stor del af den samlede tid i fremstillingsvirksomheden. For montagesamlinger er det væsentligt, at de kan udføres på byggepladsen uden besvær.

Derfor har valget, dimensioneringen og detaljeringsgraden af samlingerne i en stålramme en meget stor indflydelse på omkostningerne.



Figur 1. Samlinger i en fleretages ramme.

2. EN SAMLINGS BESTANDDELE

Til samlinger i stålkonstruktioner bruges normalt svejsninger og/eller bolte.

Svejsninger

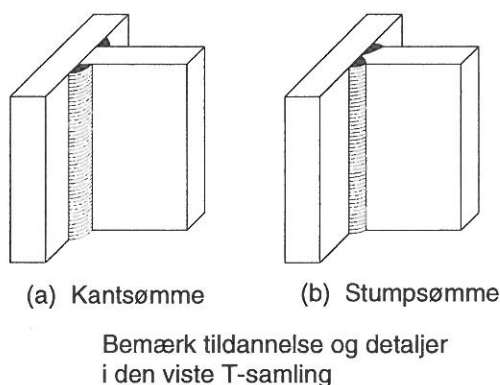
Selvom der er mulighed for forskellige svejsningsformer, foretrækkes kantsvejsninger (se *figur 2a*) fremfor stumpsvejsninger (se *figur 2b*), idet disse kun kræver en enkel klargøring af delene før samling. De kan som regel færdiggøres med relativt simpelt udstyr, og kræver ikke specielle færdigheder hos svejseren.

Svejsninger kan udføres på byggepladsen, hvilket dog ofte bliver dyrt af følgende årsager:

- Der skal etableres midlertidige platforme med sikker adgang.
- Arbejdet kan forsinkes, hvis ikke svejsningerne er beskyttet mod vejrliget.
- Arbejdsstederne skal have strømforsyning.
- Der er alligevel brug for midlertidige bolte og beslag for at sammenholde elementer ved montage.
- Inspektionsomkostninger.
- En længere montageperiode kan betyde, at kunden ikke kan overtage bygningen så hurtigt, som det måske er ønskeligt.

Det normale er altså boltede montagesamlinger.

Figur 2.
Forskellige typer af
svejsesamlinger i
T-samlinger.



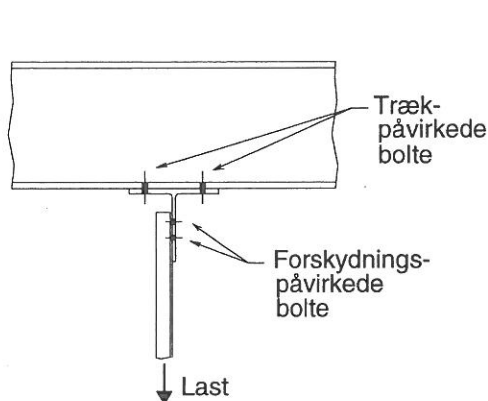
Bolte

Afhængig af samlingens form og boltenes placering belastes de af træk, forskydning eller en kombination af træk og forskydning, se *figur 3* og *figur 4*.

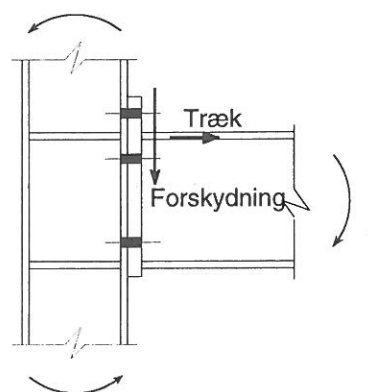
For at undgå de problemer, der kan opstå, når hul- og boltediametre ikke passer helt sammen, bores huller normalt med en diameter, der er 2 mm større end boltediameteren (huller med frigang). Hvor frigangen forårsager flytninger, som ikke er acceptable, kan boltene forspændes for at imødegå glidning.

I konstruktioner med statisk virkende last, f.eks. bygninger, bør forspændte bolte normalt undgås. Både den specielle behandling af kontaktfladerne, der er nødvendig for at få en høj og pålidelig værdi af friktionskoefficienten og de procedurer, der skal

til for at opnå den beregnede forspænding, er dyre.



Figur 3. Bolte belastet med træk hhv. forskydning.



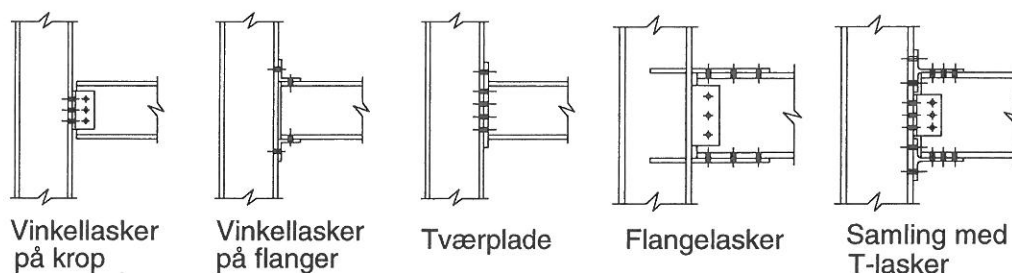
Figur 4. Bolte belastet med samtidig træk og forskydning.

Andre dele

Ud over bolte og svejsninger er det også tit nødvendigt med andre dele til at overføre kræfter, f.eks. plader og vinkelbeslag. *Figur 5* viser nogle eksempler på bjælke-søjlesamlinger.

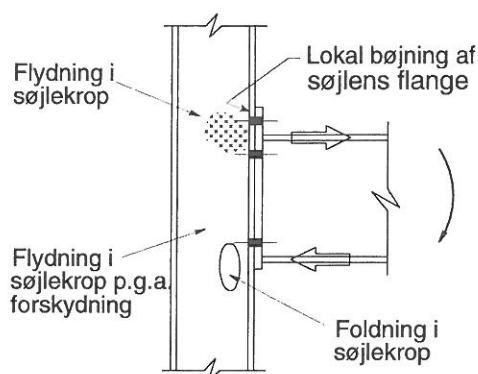
I samlinger kan der opstå svage områder. I bjælke-søjlesamlingen på *figur 6* kan sådanne områder være søjleflangen og søjlekroppen.

Overførslen af meget koncentrerede kræfter til søjlen kan give årsag til lokal flydning og lokal foldning. Disse svigtformer kan blive afgørende for en samlings momentbæreevne. For eksempel er momentbæreevnen for samlingen i *figur 6* mindre end bjælkens fulde plastiske momentbæreevne.

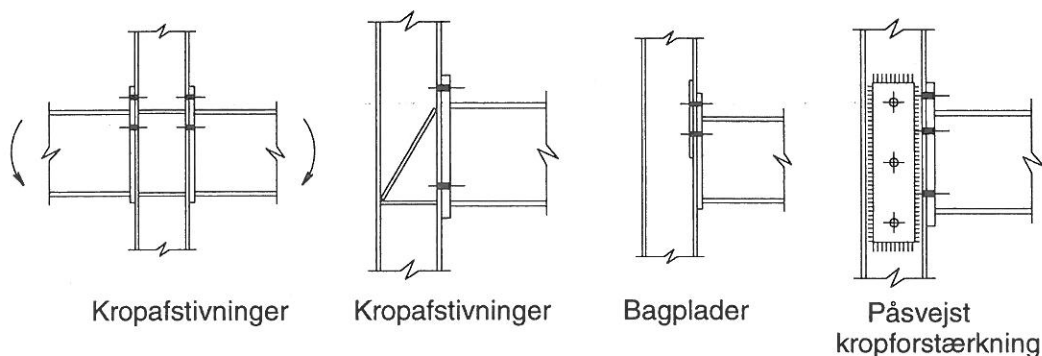


Figur 5. Boltede bjælke-søjlesamlinger.

Figur 6. Svigtformer i en uafstivet bjælke-søjle samling.



Hvis det er nødvendigt, kan momentbæreevnen øges ved at afstive de relevante svage områder i samlingen, se *figur 7*.



Figur 7. Eksempler på mulige afstivninger.

3. SAMLINGSTYPER

I bygninger, der er dimensioneret til hovedsaglig at modstå statisk virkende last inklusive vindlast, vil det normalt være tilstrækkeligt at dimensionere samlingerne til at modstå kræfter, der først og fremmest virker i kun en retning. Imidlertid kan der forekomme store lastskift i jordskælvsområder.

Disse lastskift vil normalt kræve en anderledes fremgangsmåde ved dimensioneringen af den bærende konstruktion og dermed føre til andre former for samlinger.

I fleretages bygninger kan samlingerne imellem konstruktionens hoveddele passende klassificeres i:

- Bjælke-bjælkesamlinger.
- Bjælke-søjlesamlinger.
- Søjlestød.
- Søjlefødder.
- Samlinger i gitterafstivninger.

Denne liste indeholder selvfølgelig ikke samlinger imellem hovedkonstruktionen og andre dele af bygværket, f.eks. mellem bjælker og gulve, fastgørelse af pladebeklædning o.s.v.

Til trods for de fem typers forskelle i både geometriske udformning og specielle bæreevnekrav, kommer følgende generelle hensyn dog altid i betragtning:

- Samlingerne bør være stærke nok til at overføre de regningsmæssige belastninger. Med det formål bør de indrettes til at overføre indre kræfter fra en konstruktionsdel til en anden ad jævne "krafruter" så man dermed undgår kraftige spændingskoncentrationer.
- De skal besidde den tilsigtede grad af fleksibilitet eller stivhed.
- Samlingsdelene (plader og beslag) bør placeres således, at de så vidt muligt "falder på plads" på en naturlig måde, er tilgængelige for fastgørelse (i værksted og på byggeplads) - og har en god "pasform".

Projekteringen af enhver stålkonstruktion skal altså på en gang opfylde behovet for tilstrækkelig bæreevne og egnet virkemåde - og kunne udføres i praksis.

Det er klart, at det ofte vil være tilfældet, at forskellige udformninger af en samling opfylder disse behov i forskellig grad. Der kræves en vis portion dømmekraft og erfaring for at afgøre, hvor vigtige de enkelte udformningskriterier er, når det skal besluttet hvilket behov, der skal lægges størst vægt på i en given situation.

Selvfølgelig har den projekterende ikke fuldstændig frit valg, da det altid skal sikres, at samlingen kan overføre de krævede belastninger. Valget i denne henseende afhænger af den aktuelle udformning af samlingen og måske også af i hvilken grad en mere enkelt fremstillet samling ville give mere styrke, end der faktisk kræves.

Som følge heraf bør også værkstedet have indflydelse på projekteringen. Dets erfaring og udstyr bør tages i betragtning, når samlingerne detailprojekteres.

Samlinger med rørprofiler kræver særlig omtanke, idet de udformninger, der bruges ved åbne profiler ikke bare kan kopieres. Hovedårsagen er selvfølgelig de begrænsede adgangsforhold, som hindrer brug af bolte med møtrikker inde i røret. I tilfælde hvor samlingerne kan bestå udelukkende af svejsninger, f.eks. ved værkstedsfremstillede gitre, er løsningen mere enkel. Derimod kræver montagesamlinger større agtpågivenhed, især hvis man ønsker at bevare de karakteristiske "rene linier", som ofte er årsagen til at der vælges netop en konstruktion af rørprofiler.

Flere oplysninger om dette findes i lektionerne i kapitel 13.

For at give et indtryk af de mange forskellige måder, samlinger kan udformes på, vises på *figurerne 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 og 15* eksempler på de ovennævnte samlingstyper.

Figureerne gennemgås i det følgende:

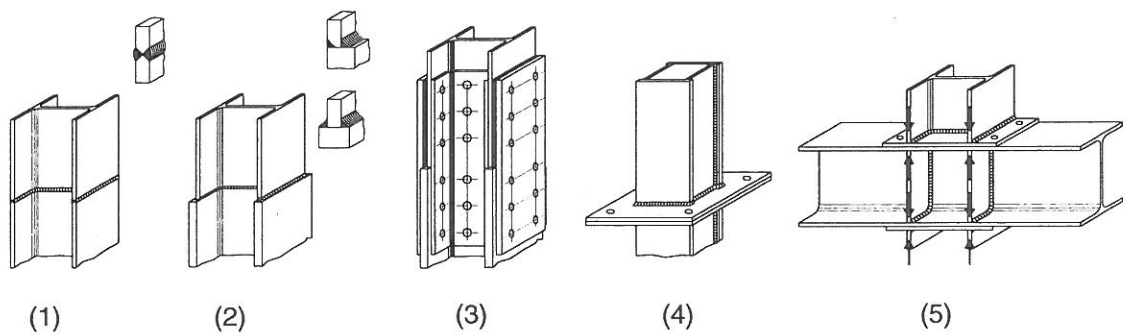
3.1 Søjlestød (Figur 8)

8.1 og 8.2: Dette er svejste stød. Hvis godstykkelserne er forskellige, kan de billigere kantsvejsninger benyttes. Der mindes om, at svejsning nok ikke er den mest velegnede samlingsmetode til montagesamlinger.

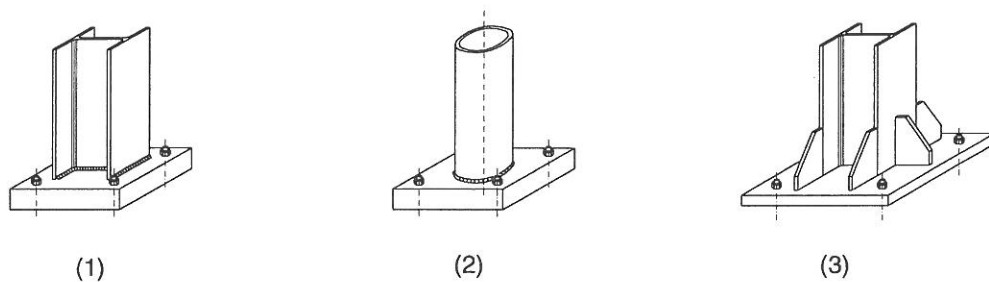
8.3: Boltet stød. De lodrette kræfter kan forudsættes overført ved kontaktryk og/eller gennem pladerne. Pladerne tjener også til at overføre bøjende momenter og forskydningskræfter. Hvis flangerne/kroppene ikke har de samme tykkelser er mellemlader nødvendige.

8.4: En meget brugt stødsamling. På grund af værkstedssvejsningen er pladerne måske ikke fuldstændig plane. Normalt er det dog ikke nødvendigt med en senere maskinbehandling for at opnå en større planhed.

8.5: Af og til er det lettere at gøre bjælken gennemgående. Af stabilitetsgrunde og for at kunne overføre kræfter, er det nødvendigt at afstive bjælken mellem søjlens flanger.



Figur 8. Søjlestød.



Figur 9. Søjlefødder.

3.2 Søjlefødder (Figur 9)

9.1 og 9.2: Tykke fodplader behøver ikke afstivning. Normalt er dette den billigste løsning.

9.3: Tyndere fodplade med afstivninger, som det brugtes tidligere.

3.3 Simple bjælke - søjlesamlinger (Figur 10)

10.1: Samling med laskeplader svejst på søjlen (et-snitsforbindelse).

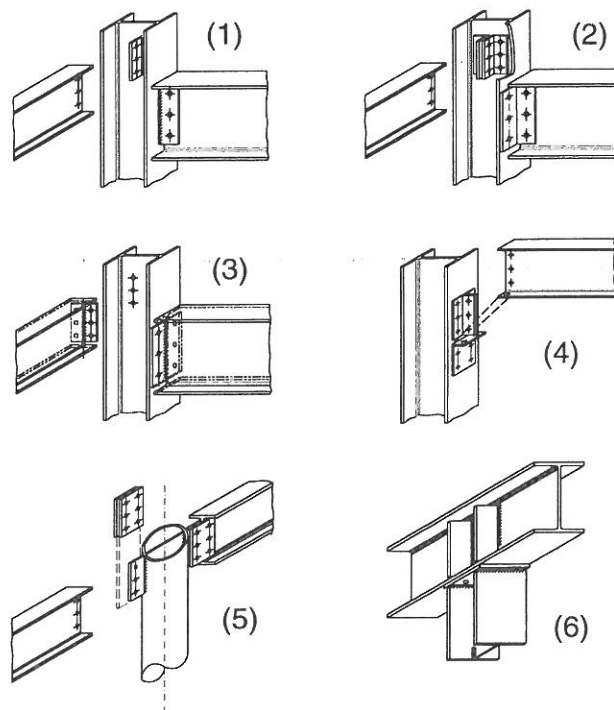
10.2: Boltet samling med vinkelbeslag. Beslagene kan eventuelt svejdes på hver sin konstruktionsdel.

10.3: Samling med tynde, fleksible endeplader, som svejdes på bjælken.

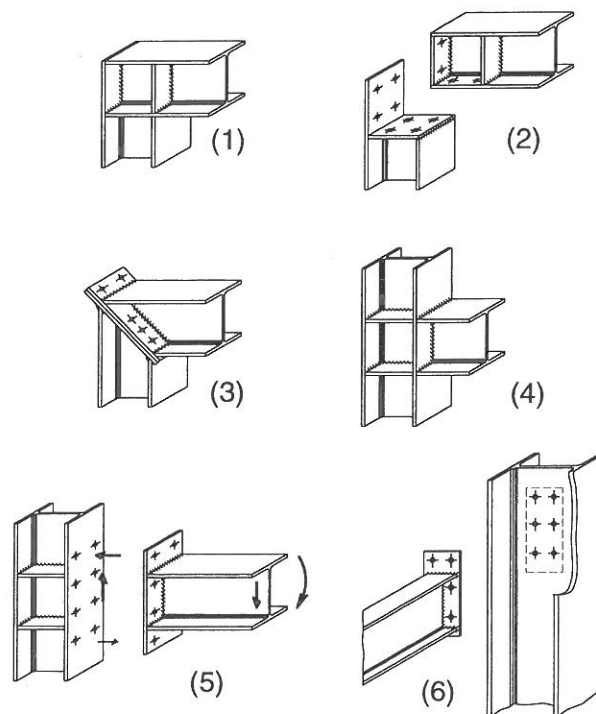
10.4: Boltet samling med vinkelbeslag. Det vandrette vinkelbeslag giver ekstra bæreevne i forhold til samlingen på figur 10.3.

10.5: Ved rør med stor godstykkelse kan pladerne svejdes direkte på rørvæggen - her er det ikke nødvendigt at lave slidser i røret til en gennemgående plade. Rørsamlinger omtales mere detaljeret i lektionerne i kapitel 13.

10.6: Stivheden afhænger i høj grad af tykkelsen på søjlens endeplade og af tykkelsen på søjlens flanger. Afstivningspladerne kan i mange tilfælde udelades.



Figur 10.
Simple bjælke-søjlesamlinger.



Figur 11.
Momentstive
bjælke-søjlesamlinger.

3.4 Momentstive bjælke - søjlesamlinger (Figur 11)

11.1: Fuldsvejst samling.

11.2: Boltet hjørnesamling.

11.3: Hjørnesamling med påsvejste endeplader.

11.4: Svejst T-samling.

11.5: Boltet T-samling

11.6: Boltet endepladesamling. Det forudsættes at bjælken fortsætter på den anden side af søjlekroppen.

3.5 Simple bjælke - bjælkesamlinger (Figur 12)

12.1: Behovet for afstivninger afhænger af geometrien og de påførte kræfter. En fordel ved denne samling er at den er billig i fremstilling; men ulempen ved den er, at den har en større total konstruktionshøjde end de andre samlinger på figur 12.

12.2: I denne samling er der ingen grund til at udføre en flangeafskæring som i samling 12.3. Samlingen er derfor billig at fremstille.

12.3: Overflangerne er i samme niveau. Flangeafskæringen gør denne samling dyrere end 12.2.

12.4: Tværbjælken er højere end hovedbjælken. Denne samling er ret billig at fremstille. Charnieret vil opstå, hvor pladen er svejst på kroppen (af hovedbjælken).

3.6 Momenstive bjælke - bjælkesamlinger (Figur 13)

13.1: Denne samling kan sammenlignes med samlingen på figur 12.1. Selvfølgelig bør afstivningerne udelades, hvor det er muligt.

13.2: Trækkraften i tværbjælkens overflange overføres via flangepladen, som krydser hovedbjælkens kropplade gennem en slids.

Hvad angår den trykkede del af bjælken, kan det blive nødvendigt med mellemlægsplader til overførsel af trykkraften (kontakttryk).

13.3: I denne samling er en flangeafskæring også nødvendig, som i jvf. figur 12.3.

13.4: Bjælkerne har samme højde.

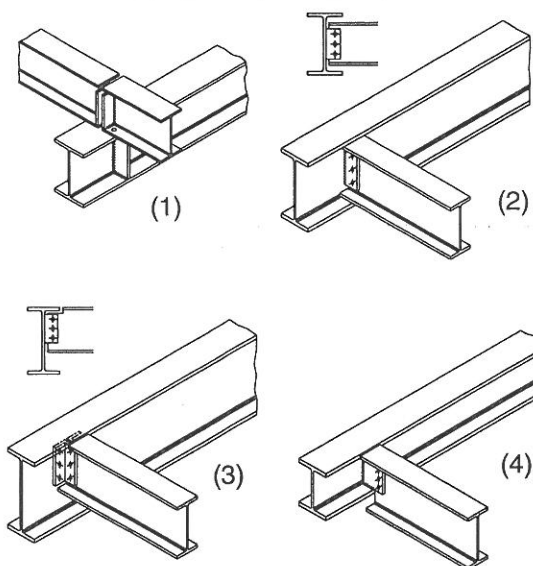
3.7 Samlinger i vandrette afstivninger (Figur 14)

14.1, 14.2, 14.3: Knudepladerne på overflangerne kan give problemer, hvis tag eller gulv udføres af metalplader, der fastgøres direkte oven på bjælkerne.

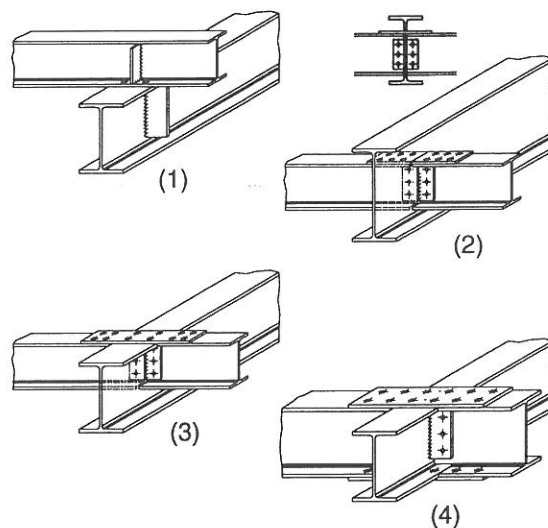
14.4, 14.5, 14.6: U-profilet i figur 14.4 er påkrævet som "gitterhoved" i det vandrette gitter.

3.8 Samlinger i lodrette afstivninger (Figur 15)

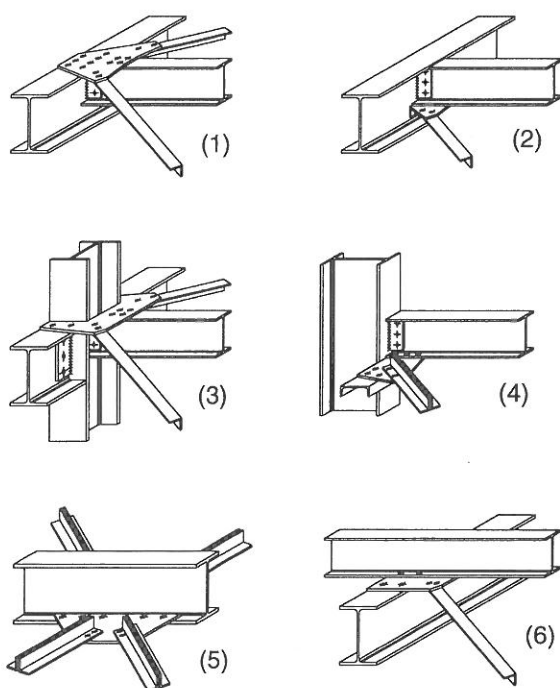
15.1, 15.2, 15.3, 15.4: Forskellige muligheder ved samlinger i afstivninger.



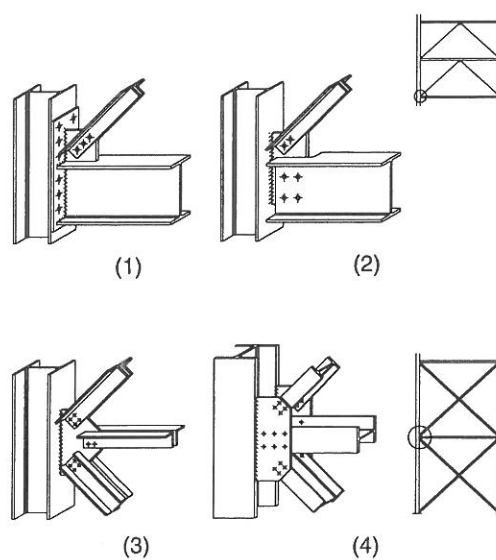
Figur 12. Simple bjælke-bjælkesamlinger.



Figur 13. Momentstive bjælke-bjælke-samlinger.



Figur 14. Samlinger i vandrette afstivninger.



Figur 15. Samlinger i lodrette afstivninger.

4. ØKONOMISK VURDERING

Som allerede nævnt, er der mange krav, der skal imødekommes ved projektering af samlinger. Kravene i forbindelse med konstruktionens bæreevne er videre behandlet i andre dele af lektion 11. De grundlæggende krav m.h.t. økonomi uddybes nedenfor.

Udgifterne til en stålkonstruktion kan opdeles i materialeudgifter og udgifter til arbejdskraft som følger:

• Materialer	20-40%
• Beregning	} 60-80%
• Tegninger	
• Fabrikation	
• Korrosionsbeskyttelse	
• Montage	

Ud fra denne opdeling af udgifterne, kan det konkluderes, at en besparelse på udgifter til arbejdsløn vil have betydelig større indflydelse på stålkonstruktioners totalpris end en besparelse på materialer.

Relationen imellem omkostninger pr. kg. stål og omkostninger pr. mand-time er en faktor, der har stor indflydelse i denne sammenhæng.

Inden for de sidste 20-30 år er prisen på stål steget betydelig mindre end prisen på arbejdskraft. Denne tendens betyder, sammen med udviklingen indenfor fabrikationsteknologi, at de bærende konstruktioner, der var optimale for 10 år siden, måske slet ikke er konkurrencedygtige idag.

En hel del af udgifterne til arbejdskraft har direkte forbindelse med dimensionering og fremstilling af samlinger. Ved projekteringen vil det ofte være bedre at spare på arbejdskraften i forhold til materialerne. Dette faktum kan illustreres med nogle simple eksempler. For at vurdere omkostningerne, gøres følgende forudsætninger:

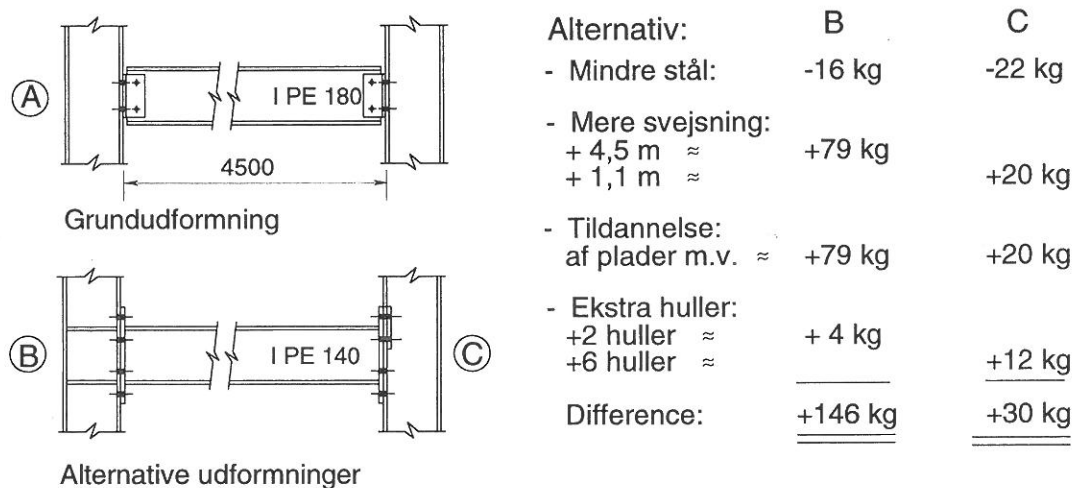
- udgiften til 1 cm³ svejsning svarer til udgiften til 0,7 kg stål.
- udgiften til fabrikation af afstivningsplader er lig med udgifterne til svejsning.
- udgiften pr. hul svarer til udgiften til 2 kg. stål.

På *figur 16* er vist en afstivet ramme. Grundtilfældet er dimensioneret med simple samlinger, der kun skal overføre forskydningskræfter.

Når charnierene erstattes af moment-stive samlinger som [B] og [C], kan bjælke dimensionen ændres fra IPE 180 til IPE 140. Imidlertid er alternativerne [B] og [C] - især førstnævnte - dyrere på grund af ekstraudgifterne til samlingerne. Den bedre økonomi for [C] hænger sammen med, at der her bruges løse bagplader til afstivning af søjleflangerne.

Hvis samme beregning udføres for en bjælke med større spændvidde, f.eks. 10 m, vil resultatet blive, at [C] er billigst.

Sammenhængen mellem momentstivhed i samlingen og i bjælken beskrives yderligere i lektion 11.7 om beregning af delstyrkesamlinger i kontinuerte systemer.



Figur 16. Forskellige udformninger af samlinger i en afstivet ramme.

Et andet eksempel er fodpladerne på *figur 9*. Det kan let vises, at en tyk fodplade uden afstivninger er det billigste i næsten alle tilfælde.

I forbindelse med eksemplet med bjælke-søjlesamlingerne på *figur 16* bør det nævnes, at alternativ [A] ikke har nogen svejsninger. Dette kan betyde, at materiale-flowet i værkstedet er enklere, da det ikke er nødvendigt med et stop ved svejsemaskinen.

Nogle andre aspekter ved dimensioneringen, som kan bedre økonomien:

- Begræns antallet af forskellige boltediametre, boltelængder og boltestyrker så meget som muligt. Brug for eksempel standard M20 bolte, styrkeklasse 8.8 ($f_u = 800$ MPa og $f_y = 640$ MPa), se også lektion 11.3.
- Sørg for at sikre gode adgangsforhold, således at svejsninger let kan udføres.
- Begræns situationer, hvor der kræves præcis tilpasning.
- Gentag standarddetaljer.
- Sørg for gode adgangsforhold for montageboltning.
- Sørg for, at konstruktionsdele hurtigt kan understøttes, så kranen kan frigøres.
- Sørg for, at opretning let kan foretages.
- Tag hensyn til vedligeholdelse, hvor det er nødvendigt.

Disse emner uddybes i lektionerne i kapitel 3 (fremstilling) og 4A (korrosion).

5. AFSLUTTENDE RESUMÉ

- Samlinger er påkrævet, når konstruktionsdele ændres, ved retningsændringer og for at sikre håndterbare elementstørrelser.
- Samlinger skal tilfredsstille kravene om bæreevne. De bør være så stærke, at de kan overføre de regningsmæssige belastninger og samtidig have den ønskede grad af fleksibilitet eller stivhed.
- Samlingernes udformning har stor indflydelse på de færdige konstruktioners pris.
- Der bruges to typer af fastgørelseselementer - svejsninger og bolte.
- Normalt udføres svejsningerne i værkstedet og boltene bruges ved montage.
- Detailprojektering af samlinger bør ske med omtanke for de praktiske aspekter ved fabrikationen samt montagemetode og -rækkefølge.

6. SUPPLERENDE LITTERATUR

1. Boston, R.M. and Pask, J.W. "Structural Fasteners and their Applications", BCSA 1978.
Tegninger af alle slags bolte og fotos af fastgørelsesprocedure samt eksempler på projektering af samlinger.
2. Interfaces: Connections between Steel and other Materials, Ove Arup and Partners. Edited by R. G. Ogden, 1994.
3. Hogan, T.J. and Firkins, A., "Standardized structural connections", Australian Institute of Steel Connection, 1981, 3rd Ed, 1985.
Indeholder beregningseksempler og bæreevnetabeller for væsentlige samlings-typer.
4. Blodgett, O.W., "Design of welded structures", James F. Lincoln Arc Welding Foundation, Cleveland, Ohio, USA, 1972.
Informativ og godt illustreret oversigtsværk, der dækker aspekter inden for projektering og udførelse af svejste konstruktioner.
5. Ballio, G. and Mazzolani, F.M., "Theory and design of steel structures", Chapman and Hall, London, 1983.
Omfattende tekst om stålkonstruktioners teori og beregning. Behandler i vid udstrækning samlinger. En detaljeret beskrivelse af kombinerede laste på kantsømme er af særlig interesse.

6. Draft for Development DD ENV 1993-1-1: 1992 Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1, General Rules and Rules for Buildings.

Kapitel 6 behandler regler om dimensionering af samlingers enkelte dele, d.v.s. bolte, svejsninger, hulafstande osv. Anneks J omtaler mere detaljeret dimensionering af boltede og svejste bjælke-søjlesamlinger.

7. Essentials of Eurocode 3, Design Manual for Structures in Buildings, ECCS Publication 65, 1991.

8. Bijlaard, F.S.K. et al, Structural Properties of Semi-Rigid Joints in Steel Frames, IABSE Publications, 1989.

Forklarer hvordan fleksibilitet opstår i bjælke-søjlesamlinger og angiver metoder til fastsættelse af stivheds- og styrkeegenskaber.

9. Joints in simple construction, Volume 1: Design methods, SCI/BCSA Publication 205, 2nd Ed, 1993.

Indeholder beregningsmodeller og nogen baggrund for de mest anvendte typer inden for bjælke-søjlesamlinger, bjælke-bjælkesamlinger, søjlestød og søjlefødder.

10. Joints in Simple Construction, Volume 2: Practical Applications, SCI/BCSA Pub 206, 1st Ed, 1992.

Behandler de mere praktiske aspekter vedrørende projektering af samlinger. Indeholder tabeller til at lette samlingsdimensioneringen.

11. Owens, G. W. and Cheal, B. D., Structural Steelwork Connections, 1st Ed, 1989.

Omfattende omtale af mange aspekter vedrørende samlingers dimensionering og virkemåde.

Lektion 11.1.2: Introduktion til dimensionering af samlinger

FORMÅL

At introducere dimensionering af samlinger med hovedvægten lagt på principperne for kraftoverførsel i de forskellige samlingstyper.

FORUDSÆTNINGER

Grundlæggende forståelse for anvendt mekanik samt elasticitets- og styrkelære.

Lektion 2.3.1: Introduktion til ståls ingeniørmæssige egenskaber.

Lektion 2.4: Ståltyper og -kvaliteter.

Lektion 11.1.1: Samlinger i bygninger.

LEKTIONER VEDR. BESLÆGTEDE EMNER

Lektion 11.2.1-3: Svejste samlinger

Lektion 11.3.1-3: Boltede samlinger (*11.3.3 er ikke oversat*)

Lektion 11.4.1-4: Beregning af samlinger

Lektion 11.5: *Simple Connections for Buildings*

Lektion 11.6: *Moment Connections for Continuous Framing*

Lektion 11.7: *Partial Strength Connections for Semi-Continuous Framing*

Lektion 11.8: *Splices*

Lektion 13.1-3: *Tubular Structures*

RESUMÉ

Hovedkomponenterne i svejste og boltede samlinger beskrives. Grundlaget for kraftoverførsel fra det bærende element præsenteres, og forskellige lastkomposanter fastlægges. Fremgangsmåden til at fastlægge kraftoverførsel, vurdere styrkekrav og eftervise elementernes bæreevne præsenteres i generelle vendinger som en optakt til den mere detaljerede beskrivelse af emnet i lektion 11.2, 11.3 og 11.4.

Oversat og redigeret af: Ida Larsen, Ingeniørhøjskolen i Sydsjælland, august 1996
Peter Ehlers, Ingeniørhøjskolen i Århus, august 1997

1. INDLEDNING

Motiveringen for at etablere samlinger i alle slags stålkonstruktioner er allerede beskrevet i lektion 11.1.1, hvor også konstruktionsmæssige og økonomiske hovedkrav er omtalt. I denne lektion behandles kravene til konstruktionen (styrke, stivhed og deformationskapacitet) mere detaljeret. Klassifikation af samlinger i.h.t. Eurocode 3 introduceres. Denne klassifikation omhandler stivheden og styrken af bjælke-søjlesamlinger.

Den projekterendes frihed til at vælge dels samlingstype, dels detaljer for selve typen, medfører en stor variation af samlinger, se f.eks. figurerne i lektion 11.1.1.

Undersøgelsen af samlingers bæreevne præsenteres i afsnit 4 i denne lektion, hvor der vises et antal eksempler på fastlæggelse af overførsel af typiske snitkræfter.

2. KRAV TIL BÆREEVNE

Stålets relevante egenskaber er dets styrke, stivhed og dets duktilitet (deformationskapacitet). Disse egenskaber kan demonstreres ved hjælp af en trækprøve, se *figur 1*. En korrekt dimensioneret stålkonstruktion skulle gerne besidde de samme gode egenskaber.

De grundlæggende krav til konstruktionselementer/samlinger drejer sig derfor om styrke, stivhed og deformationskapacitet.

Figur 2 angiver definitioner for de ovennævnte krav i en bjælke-søjlesamling dimensioneret til at overføre et moment fra bjælken til søjlen.

Rotationskapaciteten er et mål for den deformation, der må optræde, før svigt et eller andet sted i konstruktionen forårsager et fald i momentbæreevnen.

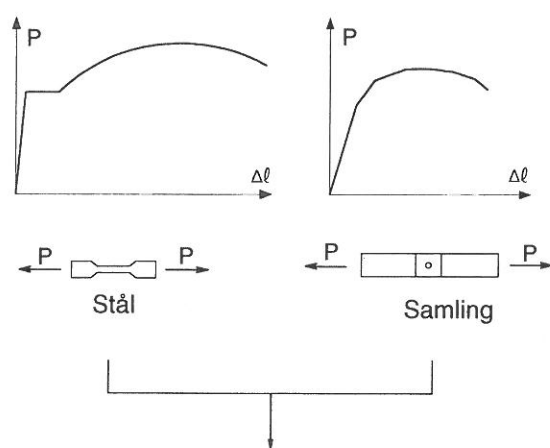
Styrken, stivheden og deformationskapaciteten for samlinger diskuteres mere detaljeret nedenfor:

Styrke

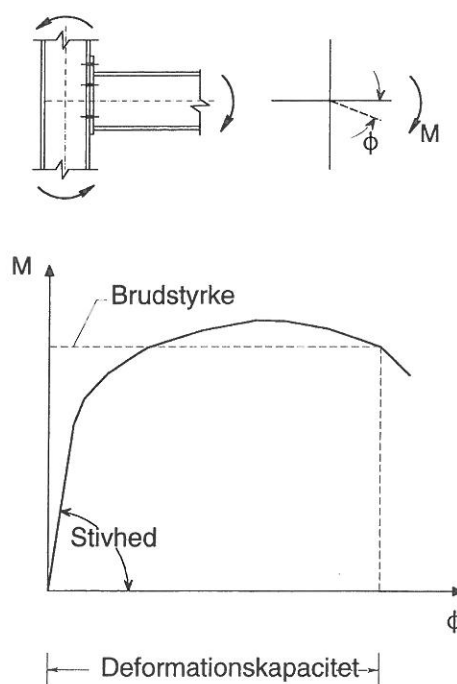
For at bestemme de kræfter, der påvirker samlingen, må der udføres en statisk beregning. Sådanne beregninger indeholder bestemmelse af regningsmæssige laster og valg af statisk system for konstruktionen, se *figur 3*.

Ved fastlæggelse af det statiske system, er samlingerne et vigtigt element.

Samlinger kan antages at være stive, at virke som charnierer eller at have en stivhed, der er en mellemting mellem disse to muligheder. Deformationskapaciteten hos henholdsvis konstruktionsdelene (bjælker og søjler) og samlingerne spiller en vigtig rolle for konstruktionens endelige kraftfordeling.

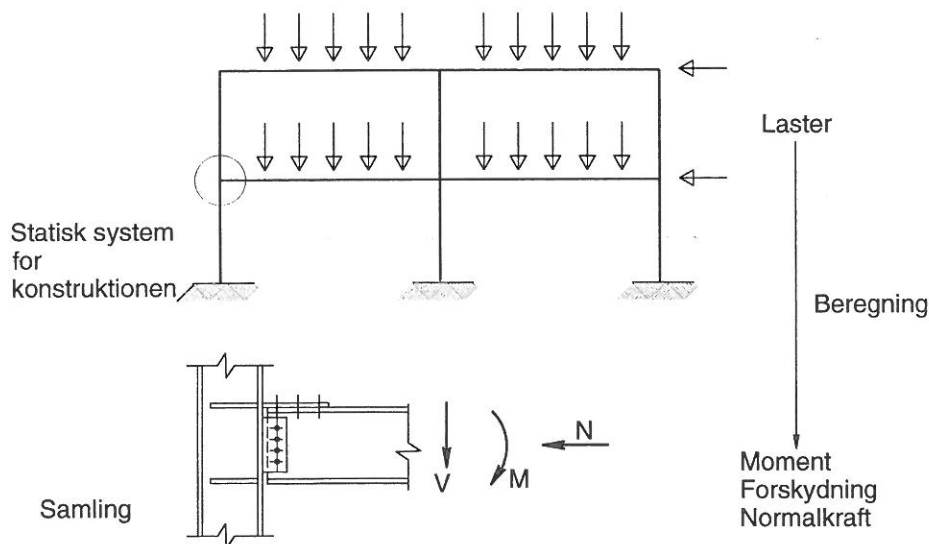


Krav til styrke, stivhed og deformationskapacitet: Samlingerne bør have egenskaber svarende til stålet i grundmaterialet.



Figur 1. Styrke, stivhed og deformationskapacitet for stål og samlinger.

Figur 2. Moment-rotationsdiagram for en bjælke-søjlesamling (arbejdscurve).



Figur 3. Fastlæggelse af kræfterne i en samling.

Alle konstruktionsdele skal dimensioneres, således at de både kan modstå de beregnede kræfter og har den fornødne deformationskapacitet i henhold til de forudsætninger, der er gjort ved beregningen af konstruktionen som helhed.

Stivhed

En samlings stivhed har indflydelse på den lasttype og -størrelse, som samlingen skal dimensioneres for. En samling med lille rotationsstivhed kan ikke optage ret store bøjningsmomenter og kan derfor opfattes som et charniere i det statiske system.

Selvfølgelig har samlingernes stivhed indflydelse på bjælkernes deformationer. Især i ikke-afstivede rammer kan samlingernes stivhed have betydelig indflydelse på konstruktionens stabilitet og dens deformationer som helhed.

Hvis samlingerne ved fastlæggelse af det statiske system antages at være bøjningsstive, skal de som en konsekvens af dette udformes således, at deres deformationer kun har ubetydelig indflydelse på lastfordelingen og selve konstruktionens deformationer.

Forudsættes samlingerne derimod at være bøjningsslappe, skal de have passende fleksibilitet for at tillade indbyrdes vinkeldrejninger uden at forårsage betydende bøjningsmomenter, som kan lede til tidligt svigt af (dele af) samlingen eller tilstødende elementer.

Fastlæggelsen af samlingens stivhed diskuteres yderligere i afsnit 3 i denne lektion. I mange tilfælde er det acceptabelt at dimensionere samlinger ved alene at tage hensyn til deres styrke.

Deformationskapacitet

Kravene til styrke og stivhed er klare. De fremgår af den statiske beregning.

Kravene til deformationskapacitet er mere kvalitative. I praksis kan det nogle gange være svært at checke dette krav.

Duktile samlinger, som har stor deformationskapacitet, bidrager til konstruktionens totale sikkerhed i det tilfælde, hvor samlingen bliver overbelastet. Sådanne samlinger kan i visse tilfælde være et designkrav, f.eks. ved plastisk dimensionering, hvor der dannes flydeled i samlingerne.

3. KLASSIFIKATION SOM DIMENSIONERINGSGRUNDLAG

Samlinger skal dimensioneres i henhold til deres krævede virkemåde. Adskillige dimensioneringsmetoder er mulige, når det angår stivhed og styrke. I *figur 4* angives tre forskellige udformninger af en bjælke - søjlesamling sammen med de respektive karakteristika for deres moment-rotation, dvs for sammenhængen mellem momentet og den indbyrdes vinkeldrejning mellem bjælke og søjle. Disse karakteristika kan beskrives som følger:

- I Både rotationsstivheden og momentbæreevnen er lille og kan med rimelighed negligeres - denne samling er altså et charniere (bøjningsslap). Kun lodret forskydning skal overføres.
Forskydningens størrelse er lig med reaktionen i bjælkeenden.
- II En mellemting imellem karakteristik I og III, hvor samlingerne besidder en begrænset momentbæreevne, der er mindre end bjælkens fulde momentbæreevne og en rotationsstivhed, som dog tillader nogen relativ rotation. (Sådanne samlinger kan som regel betegnes både som "halvstive" og "delstyrke" - samlinger. Der kan imidlertid godt forekomme "fuldstyrke"-samlinger, som er "halvstive" - og "stive" samlinger behøver ikke nødvendigvis at have fuld styrke).
- III Rotationsstivheden er meget høj og samlingens momentbæreevne er mindst ligeså stor som bjælkens. Kontinuitet sikres ved at der ikke optræder rotation af bjælken i forhold til søjlen - både bjælkens endereaktion og endemoment overføres til søjlen.

Alle tre muligheder kan anvendes i forbindelse med fleretages rammer.

Type III kan anvendes ved både afstivede og uafstivede rammer. Type I passer kun til afstivede rammer. Type II kan bruges ved både afstivede og uafstivede rammer, men i det sidstnævnte tilfælde skal der tages hensyn til den indflydelse, samlingens fleksibilitet har på rammens virkemåde.

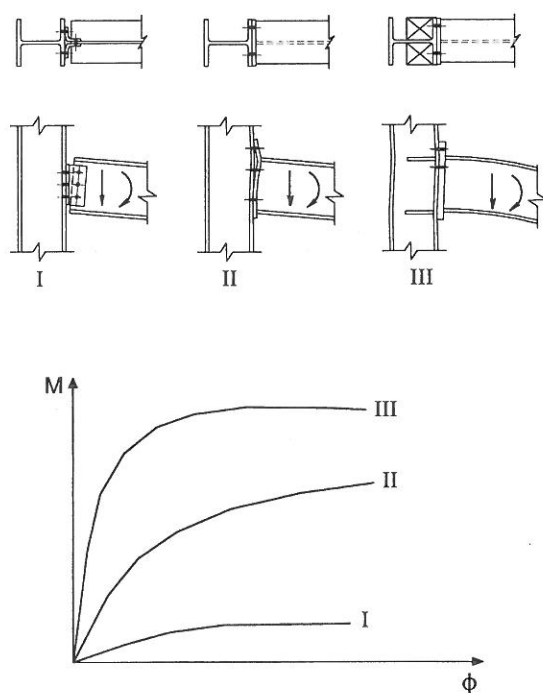
Figur 5 angiver symboler for div. rotationsstivheder til brug ved rammeberegning.

Eurocode 3 indeholder beregningsregler, der omfatter både rotationsstivheden og momentbæreevnen.

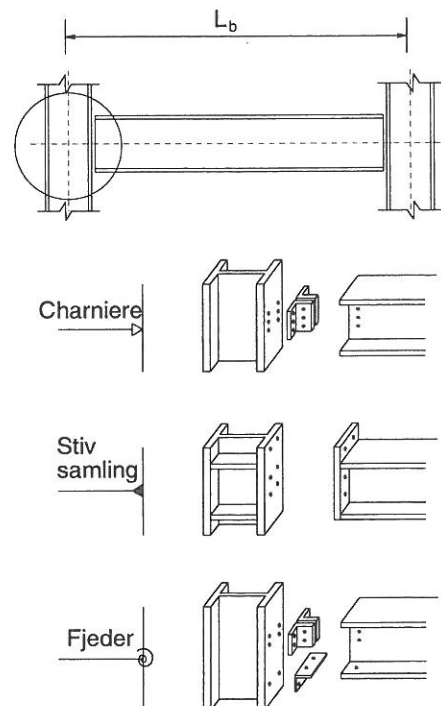
De $M - \Phi$ kurver, der måles ved forsøg, er generelt ikke-lineære. Et andet fænomen er, at stive samlinger af og til har lav momentbæreevne og vice versa.

Nogle eksempler vises på *figur 6*. Her er kurve E karakteristisk for nogle typer af boltsamlinger med frigangshuller. Ved små momenter vil slip forårsage en rotation førend et større moment kan overføres.

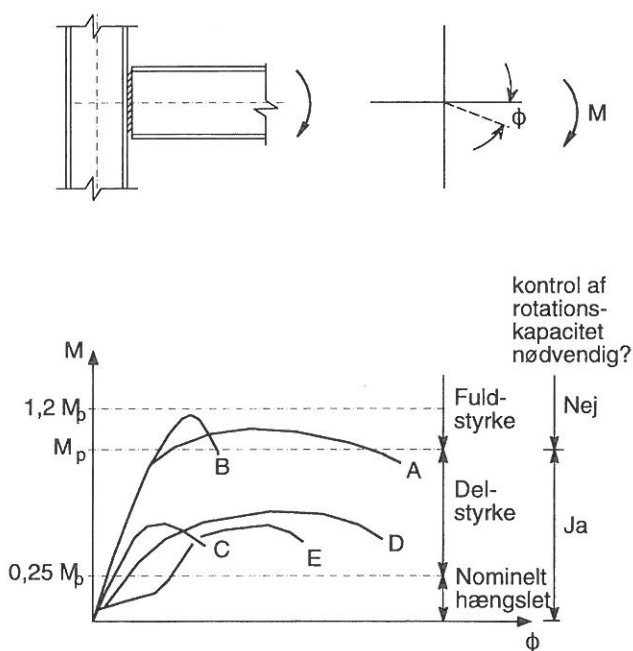
I praksis vil det være nødvendigt at idealisere $M - \Phi$ kurverne. Ved dimensionering kan, som vist på *figur 7*, anvendes både ikke-lineære idealiseringer og lineære idealiseringer (bilineære eller trilineære).



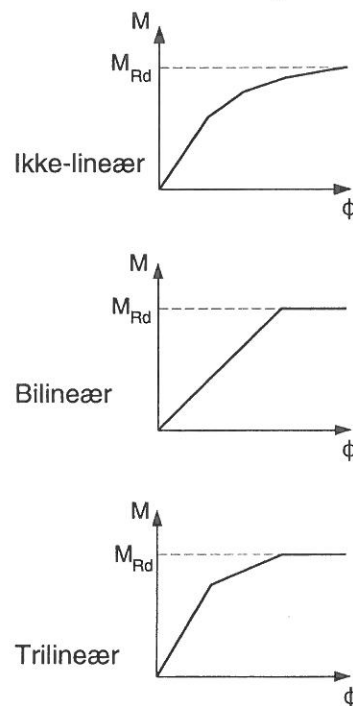
Figur 4. Moment-rotationsdiagrammer.



Figur 5. Symboler for forskellige rotationsstivheder.



Figur 6. Forskellige former for $M-\phi$ kurver.



Figur 7. Forskellige idealiseringer af $M-\phi$ kurver.

I Eurocode 3 angives en klassifikation af samlinger, baseret på styrke og stivhed.

Ved inddeling efter styrke skelnes der mellem følgende klasser:

- charnieresamlinger $M_{Rd} \leq 0,25 M_{Pl,Rd}$
(nominelt hængslede)
- delstyrkesamlinger $0,25 M_{Pl,Rd} < M_{Rd} < M_{Pl,Rd}$
- fuldstyrkesamlinger $M_{Rd} \geq M_{Pl,Rd}$
- fuldstyrkesamlinger,
hvor rotationskapacitet ikke
kontrolleres $M_{Rd} \geq 1,2 M_{Pl,Rd}$

hvor

M_{Rd} er samlingens regningsmæssige momentbæreevne.

$M_{Pl,Rd}$ er bjælkens regningsmæssige styrke (fuldt plastisk moment).

Denne styrkeklassificering er anvendelig, hvis konstruktionen dimensioneres ved hjælp af plasticitetsteori. Med en fuldstyrkesamling dannes der teoretisk set et flydeled i bjælken. I virkeligheden er det imidlertid muligt, at bjælkematerialets flydespænding kan være (betydelig) større end den angivne minimumsværdi.

Det er derfor muligt, at flydeleddet alligevel vil dannes i samlingen, til trods for at beregningen viser, at $M_{Rd} > M_{Pl,Rd}$. I sådanne tilfælde, er det stadig nødvendigt, at samlingen har tilstrækkelig rotationskapacitet til at udvikle den plastiske mekanisme. Rotationskapaciteten skal i alle tilfælde eftervises. Der defineres dog en grænse for samlingens styrke, nemlig $1,2 M_{Pl,Rd}$ (se figur 6), over hvilken det antages, at flydeleddet vil optræde i bjælken og ikke i samlingen.

Ved inddeling efter stivhed er klassifikationen følgende:

- charnieresamlinger $S_j \leq 0,5 EI_b/L_b$
(nominelt hængslede samlinger)
- halvstive samlinger $0,5 EI_b/L_b < S_j < 8EI_b/L_b$ (afstivede rammer)
eller $25 EI_b/L_b$ (uafstivede rammer)
- stive samlinger $S_j \geq 8 EI_b/L_b$ (afstivede rammer) eller
 $25 EI_b/L_b$ (uafstivede rammer)

hvor

S_j er samlingens rotationsstivhed (sekantstivhed)

EI_b er bjælkens bøjningsstivhed

L_b er bjælkens spændvidde (se figur 5).

Dimensionering af nominelt hængslede samlinger indebærer kun hensyntagen til forskydningsstyrke og behandles i lektion 11.5.

Ved momentsamlinger skal der både tages hensyn til momentbæreevnen og forskydningsbæreevne. Stive og/eller fuldstive samlinger behandles i lektion 11.6.

Dimensionering, der forudsætter halvstive og/eller delstyrke-bæreevne beskrives i lektion 11.7.

4. KRAFTOVERFØRSEL

I afsnit 2 i denne lektion angives det, at samlinger skal dimensioneres til at kunne overføre momenter og/eller forskydningskræfter og/eller normalkræfter, se f.eks. samlingen i *figur 3*.

Næste trin i undersøgelsen er at bestemme kraftfordelingen i samlingen, se *figur 8*. Det er ikke nødvendigt - og ofte heller ikke muligt - at bestemme den virkelige fordeling af de indre kræfter. Det er tilstrækkeligt at antage en realistisk fordeling, forudsat at:

- de indre kræfter er i ligevægt med den påførte last
- hver del af samlingen er i stand til at modstå disse kræfter
- de deformationer, som den forudsatte kraftfordeling forårsager, ikke overstiger deformationskapaciteten for hverken fastgørelseselementerne (bolte, svejsninger) eller for de tilstødende dele.

At bestemme kraftfordelingen er den vanskeligste del af beregningsproceduren, fordi det nødvendigvis indebærer visse simplificerende antagelser om den måde samlingen "virker" på.

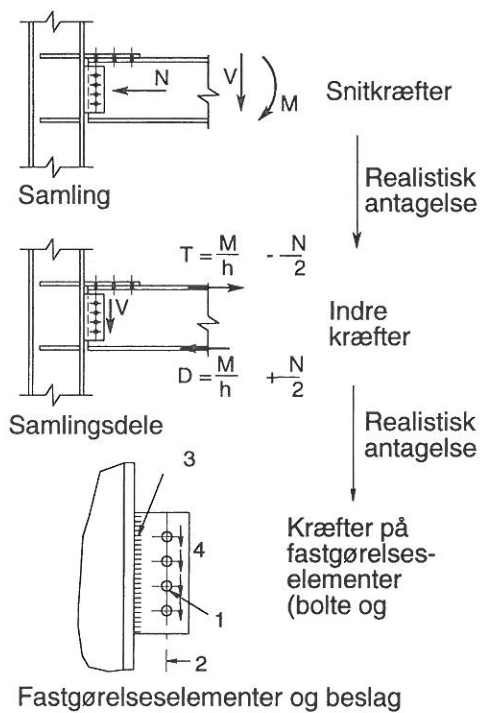
I lektion 11.4 (Analyse af samlinger) beskrives dette emne detaljeret.

Som allerede nævnt i lektion 11.1.1, findes der en mangfoldighed af samlingstyper og samlingsformer.

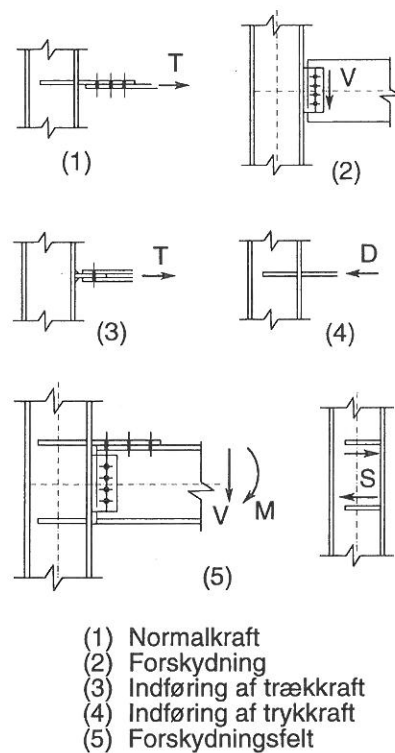
For at få et overblik over det store udvalg af samlingstyper og -former, er det nyttigt at betragte en række grundlæggende belastningstilfælde for samlinger, se *figur 9*. Flere eksempler er vist på *figur 10-14*. For hver af disse former for kraftoverførsel findes en række mulige brudformer, som alle skal undersøges, idet det svageste led bestemmer samlingens bæreevne for den påførte last.

Denne fremgangsmåde illustreres på *figur 15*, hvor en uafstivet (søjle) krop påvirkes af en trækraft.

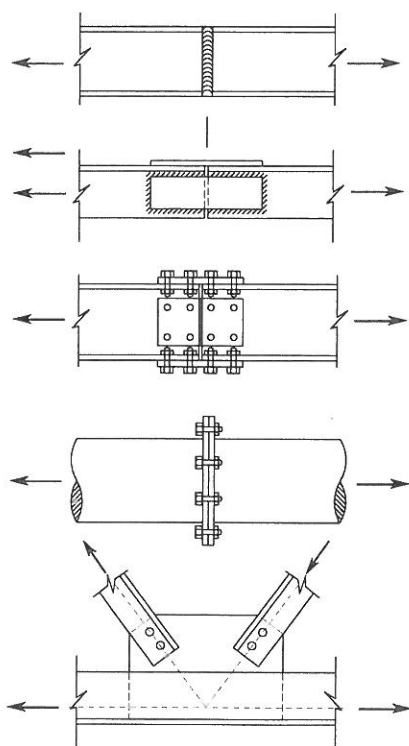
Detaljeret behandling af fastgørelseselementer findes i lektion 11.2 (Svejsninger) og 11.3 (Bolte), mens lektionerne 11.4.1 - 11.4.4 behandler den detaljerede udformning og beregning af samlinger ved hjælp af de allerede nævnte grundlæggende belastningstilfælde.



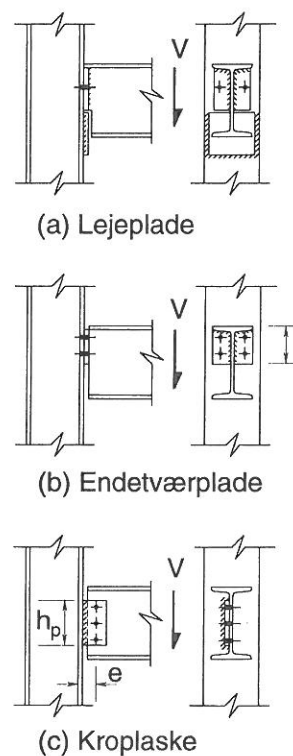
Figur 8. Kraftfordeling på konstruktionsdele og fastgørelseselementer.



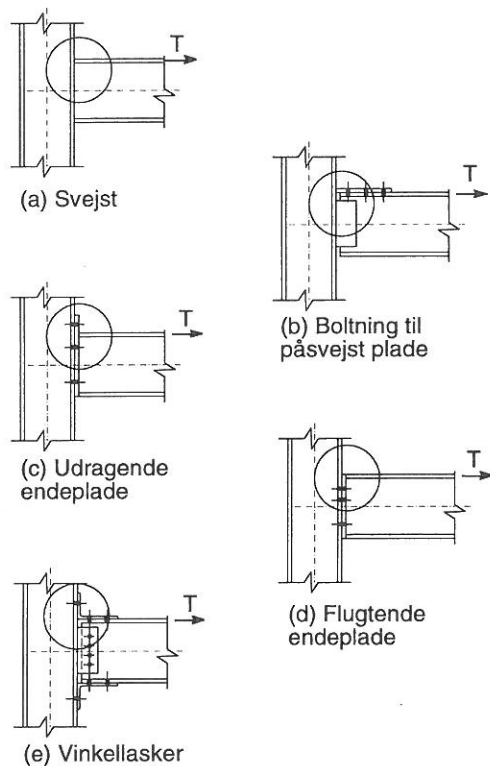
Figur 9. Grundlæggende lasttilfælde for samlinger.



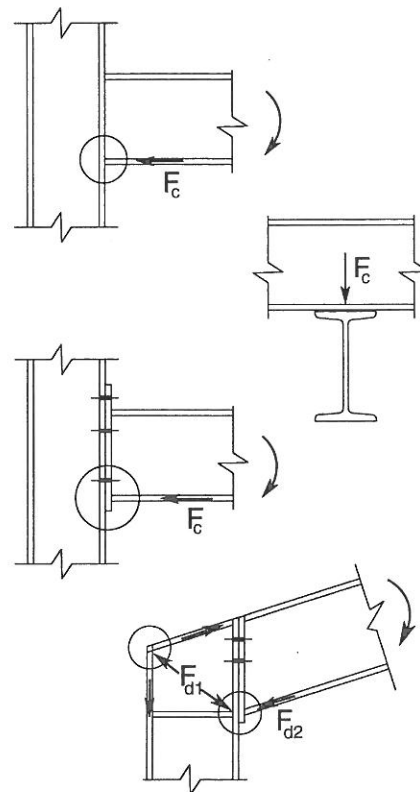
Figur 10. Eksempler på overførsel af centrale træk- og trykkræfter.



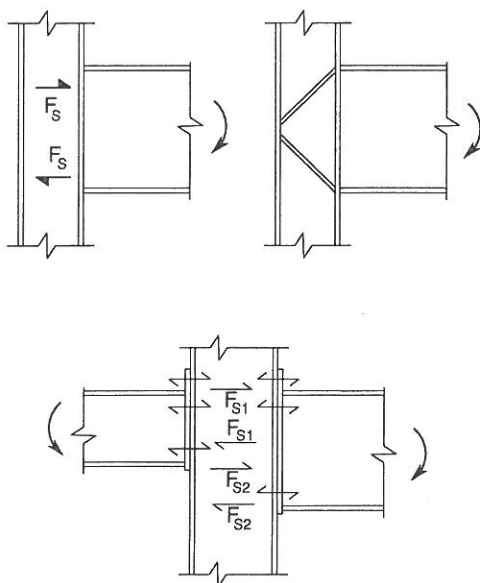
Figur 11. Eksempler på overførsel af forskydningskraft.



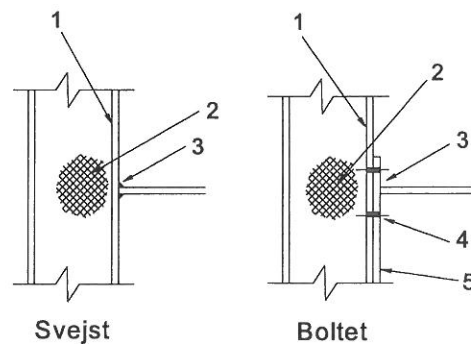
Figur 12. Eksempler på overførsel af lokal trækraft.



Figur 13. Eksempler på overførsel af lokal trykkraft.



Figur 14. Eksempler på overførsel af forskydningskræfter gennem forskydningsfelter.



1. For stor deformation af søjleflange
2. Flydning eller udrivning i søjlekrop
3. Brud i svejsning
4. Brud i bolte

Figur 15. Mulige brudformer ved påførsel af trækraft på søjlekrop.
(jf. tilfælde 3 på figur 9)

5. AFSLUTTENDE RESUMÉ

- Det principielle konstruktionskrav til en samling er, at den sikkert skal kunne overføre last fra de understøttede elementer til det bærende element.
- Ovennævnte krav indebærer, at tre egenskaber for samlingen skal tages i betragtning: styrke, stivhed og deformationskapacitet.
- Bjælke - søjlesamlinger kan ved hjælp af deres stivhed klassificeres som charnieresamlinger, halvstive eller stive samlinger. Hvad angår deres evne til at overføre momenter, kan de også klassificeres som charniere-, delstyrke- eller fuldstyrkesamlinger.
- Dimensioneringen af samlinger indebærer antagelsen af en realistisk indre kraftfordeling, som er i ligevægt med de ydre kræfter, og hvor hvert element er i stand til at overføre den forudsatte kraft. Desuden må deformationerne ikke overstige elementernes deformationskapacitet.
- Ved dimensionering af samlinger kan der skelnes mellem et antal grundlæggende situationer for overførsel af snitkræfter.

6. LITTERATURHENVISNINGER

- [1] Eurocode 3: "Design of steel structures": ENV 1993-1-1: Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN, 1992.

Kapitel 6 omfatter udformning og beregning af samlingselementer. I Appendiks J og L behandles bjælke-søjle samlinger og søjlefødder.

7. SUPPLERENDE LITTERATUR

1. Essentials of Eurocode 3, Design manual for steel structures in buildings. ECCS, Publication No 65, Brussels 1991.

Hjælpemiddel ("Ståbi") ved brug af Eurocode 3. Indeholder tabeller og vejledning.

2. Design examples to Eurocode 3
ECCS, Publication No 71, Brussels, 1993

Indeholder et stort antal taleksempler vedrørende svejste og boltede samlinger.

3. Kulak, G. L., Fisher, J. W. and Struik, J. H. A., "Guide to design criteria for bolted and riveted joints". 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1987.

Indeholder en grundig vurdering af boltede samlinger og giver en detaljeret oversigt over beregningsmetoder for disse.

4. Hart, F., Henn, W. and Sontag, H., "Stahlbau Atlas - Geschoßbauten", International Architecture Dokumentation, Munich, 1982

Denne bog indeholder et stort antal praktiske eksempler på udformning af samlinger i stål- og kompositkonstruktioner til bygninger. Oversat til fransk, engelsk, hollandsk og italiensk.

5. Pask, J. W., "Manual on Connections", Volume 1 - Joints in Simple Connections, BCSA, 1982

Grundig behandling af samlinger i fleretages rammekonstruktioner. Der slås til lyd for standardløsninger i en række tilfælde.

6. Ballio, G. and Mazzolani, F. M., Theory and design of steel structures. Chapman and Hall, London, 1983

Grundig behandling af såvel udformning som beregning af stålkonstruktioner, især samlinger.

7. Bijlaard F. S. K. et al, Structural properties of semi-rigid joints in steel frames IABSE publications 1989

Forklarer begrebet fleksibilitet i bjælke-søjle samlinger samt angiver metoder til fastsættelse af disses stivheds- og styrkeegenskaber.

Lektion 11.3.1: Samlinger med uspændte bolte

FORMÅL

At introducere de grundlæggende principper for dimensionering og udformning af samlinger med ordinære (ikke forspændte) bolte.

FORUDSÆTNINGER

Lektion 1B.1:	<i>Process of Design</i>
Lektion 2.4:	<i>Steel Grades and Qualities</i>
Lektion 3.2:	<i>Erection</i>
Lektion 11.1.2:	Introduktion til dimensionering af samlinger

LEKTIONER VEDRØRENDE BESLÆGTEDE EMNER

Lektion 11.3.2:	Samlinger med forspændte bolte
Lektion 11.3.3:	<i>Particular Aspects in Bolted Connections</i>
Lektion 11.4:	<i>Analysis of Connections</i>
Lektion 12.6:	<i>Fatigue Behaviour of Bolted Connections</i>

RESUMÉ

I denne lektion beskrives de geometriske og mekaniske egenskaber af ordinære bolte og deres virkemåde over for forskydnings- og trækpåvirkninger samt kombinationer heraf. Desuden diskuteres det, hvilken betydning boltens placering og dens dimensioner har på de forskellige mulige brudformer.

Oversat og bearbejdet af Søren Kloch, Aalborg Universitet, september 1996.

NOTATION

A	Skaftareal - nominelt areal	$[\text{mm}^2]$
A_s	Spændingsareal	$[\text{mm}^2]$
d	Nominal diameter af bolt (skaft)	$[\text{mm}]$
d_o	Nominal diameter af hul	$[\text{mm}]$
d_s	Spændingsarealets diameter (A_s)	$[\text{mm}]$
e_1	Afstand til pladens ende	$[\text{mm}]$
e_2	Afstand til pladens kant	$[\text{mm}]$
F	Last	$[\text{N}]$
F_v	Forskydningskraft	$[\text{N}]$
$F_{v,Rd}$	Boltens regningsmæssige forskydningsstyrke	$[\text{N}]$
F_t	Trækkraft	$[\text{N}]$
$F_{t,Rd}$	Boltens regningsmæssige trækstyrke	$[\text{N}]$
$F_{b,Rd}$	Regningsmæssig hulrandsstyrke	$[\text{N}]$
f_u	Brudspænding for ståldele	$[\text{MP}_a]$
$f_{u,b}$	Boltematerialets brudspænding	$[\text{MP}_a]$
$f_{y,b}$	Boltematerialets flydespænding	$[\text{MP}_a]$
p_1, p_2	Afstande mellem bolte	$[\text{mm}]$
t	Pladetykkelse	$[\text{mm}]$
γ_{Mb}	Partialkoefficient for bolt	$[-]$

1. INDLEDNING

Bæreevnen af boltede samlinger bestemmes normalt på basis af bæreevnen for de enkelte samlingsmidler og bæreevnen af de forbundne konstruktionsdele.

Sædvanligvis dimensioneres samlinger på grundlag af en lineær-elastisk analyse. Alternativt kan der gennemføres en ikke-lineær analyse, men det forudsætter, at der tages hensyn til last-deformationskarakteristikken af alle dele, der indgår i samlingen. Yderligere information om analyse af samlinger findes i lektionerne 11.4.1-11.4.4.

I denne lektion behandles ikke-forspændte bolte (slipbolte), der er den mest almindeligt anvendte type bolt, fordi den er billig både i indkøb og at montere. I samlinger udført med denne type bolte overføres kraften ved hulrandstryk i modsætning til samlinger med forspændte bolte, hvor kraften overføres ved friktion.

I forskydningspåvirkede samlinger, der udsættes for stød eller betydelige svingningspåvirkninger, bør der anvendes svejsning, bolte med låseanordning, forspændte bolte eller andre typer bolte, der effektivt hindrer glidning mellem staldelene.

Hvis glidning ikke kan accepteres, f. eks. i en samling udsat for vekslende forskydningspåvirkninger, bør der anvendes forspændte bolte i en friktionssamling eller pasbolte eller andre bolte med samme effekt, se lektion 11.3.2 og 11.3.3.

I vindafstivninger og afstivninger mod instabilitet kan der normalt anvendes slipbolte.

2. PRINCIP FOR KRAFTOVERFØRING

I konstruktionssamlinger anvendes bolte til at overføre kræfter fra en plade til en anden. *Figur 1, 2 og 3* viser nogle eksempler på anvendelsen af bolte.

På figurerne ses bolte, der påvirkes med:

a. **Forskydningskraft** (*figur 1*)

Lasten føres ind i og ud af boltene ved tryk mod hulranden på pladerne i samlingen. Kraften overføres i selve boltene som forskydning i tværretningen.

b. **Trækkraft** (*figur 2, kun M*)

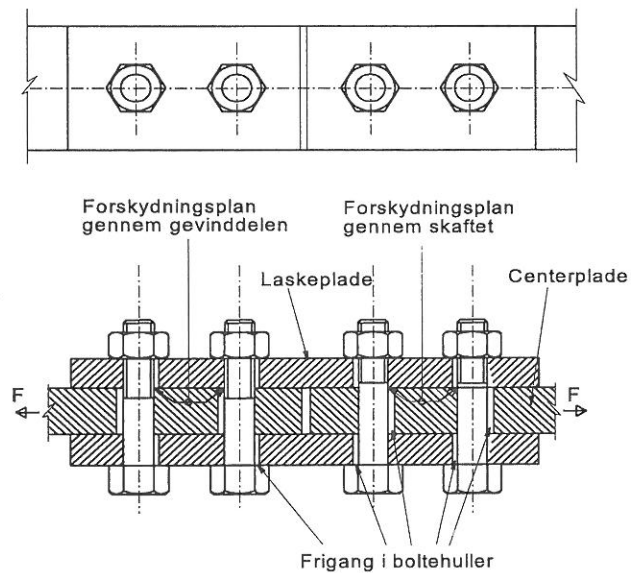
Ved ren momentpåvirkning (M) bliver trækresultanten overført som aksialt træk i boltene.

c. **Kombineret træk- og forskydningskraft** (*figur 2, M og V*)

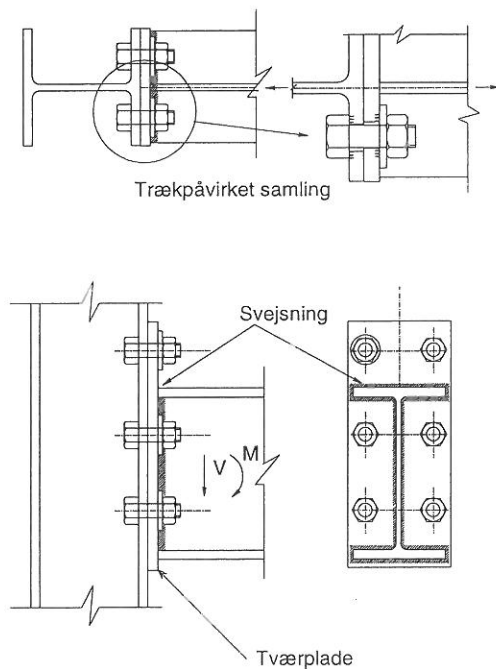
Ved kombineret moment (M) og forskydningspåvirkning (V) kan den enkelte bolt skulle overføre en kombination af tværgående forskydning og aksialt træk.

I den på *figur 3* viste samling vil boltene A overføre tværgående forskydning, medens boltene B overfører en kombination af forskydning og træk eller forskydning (og tryk).

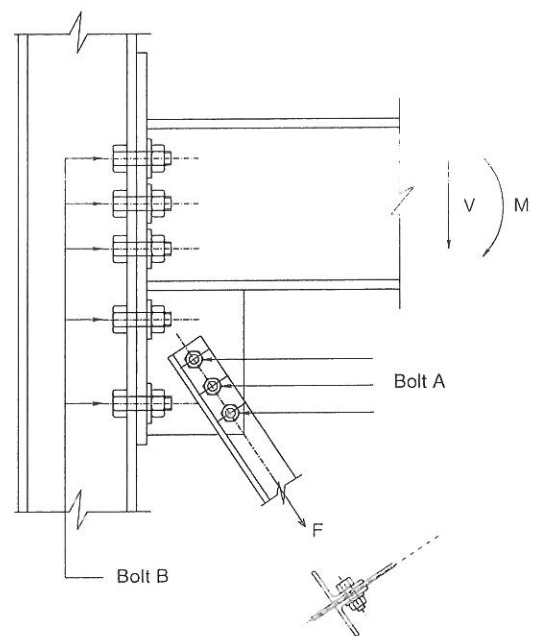
Bolte, der ikke er forspændt med en forudbestemt kraft, betegnes som ikke forspændte bolte eller almindelige bolte (normalt slipbolte). Når samlingen er forskydningspåvirket (*figur 1*), kaldes denne type også for hulrandsbærende bolte.



Figur 1. Typisk boltet laskepladesamling

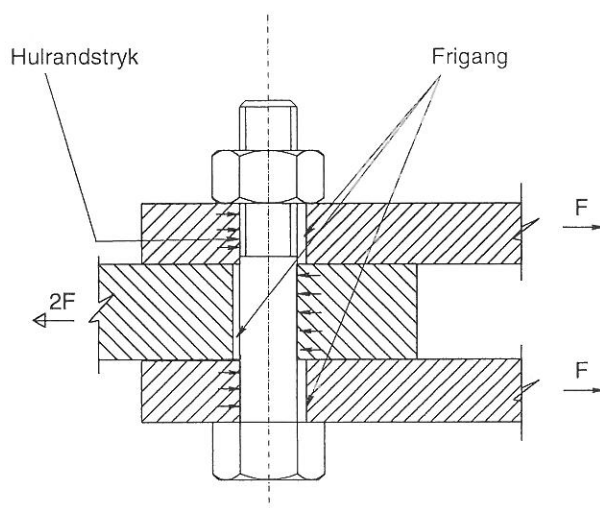


Figur 2. Boltet bjælke-søjlesamling



Figur 3. Boltet bjælke-søjlesamling
kombineret med afstivning

Den vigtigste påvirkning af en bolt i den type laskesamling, der er vist i *figur 4*, er forskydning i tværsnittet som følge af de modsatrettede hulrandstryk fra pladerne. Den elastiske spændingsfordeling af hulrandstrykket i pladerne og forskydnings-spændingerne i boltene er kompliceret. Imidlertid vil forskydnings-spændingerne, ved fuldt udviklet plastisk flydning, være jævnt fordelte, således at forskydningsstyrken udgør produktet af boltens tværsnitsareal i det pågældende snit, og materialets forskydningsstyrke.



Figur 4. Kraftoverførsel i laskesamling

Hvis gevinddelen ligger uden for forskydningsplanet, kan skaftarealet benyttes, ellers kan spændingsarealet for gevindsnittet benyttes. I moderne projekteringspraksis er det normalt at benytte spændingsarealet, således at det ikke er nødvendigt at sikre sig, at gevinddelen ligger uden for forskydningsplanet.

3. BOLTENES DIMENSIONER

Bolte med sekskantet hoved og møtrik fås i størrelser op til en skaftediameter på omkring 68 mm.

Størrelsen af en bolt angives med et M efterfulgt af et tal multipliceret med et andet tal, for eksempel M 20 x 60, der betegner en bolt med en skaftediameter på 20 mm og med længden af skaft + gevinddel på 60 mm. Bogstavet M står for metrisk.

Boltens længde skal, når der er taget hensyn til tolerancekravene, vælges så stor, at gevinddelen efter tilspænding rager mindst et fuldt gevind op over møtrikken. Desuden skal mindst et fuldt gevind (udover gevindudløbet) være fri mellem møtrikken og den del af skaftet, der ikke er gevindskåret.

4. BOLTEKVALITETSKLASSE

Bolte og møtrikker fås i stål med en garanteret mindste trækstyrke op til omkring 1370 MPa.

Boltens kvalitetsklasse angives med 2 tal, hvor de mest almindelige klasser er 4.6, 5.6, 6.5, 6.8, 8.8 og 10.9.

I henhold til Eurocode 3 (2) er den karakteristiske flydespænding f_{yb} , og den karakteristiske trækstyrke f_{ub} for almindelige bolte som angivet i *tabel 1*.

Kvalitetsklasse	4.6	5.6	6.5	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (MPa)	240	300	300	480	640	900
f_{ub} (MPa)	400	500	600	600	800	1000

Tabel 1. Mekaniske egenskaber for bolte

Den karakteristiske flydespænding f_{yb} kan udledes af boltens kvalitetsklasse ved at multiplicere det første tal med det andet tal og derefter med 10. Den karakteristiske trækstyrke f_{ub} fås som det første tal multipliceret med 100 (spændinger i MPa).

Bolte i klasse 8.8 er de mest almindeligt anvendte.

5. BOLTEHULLERNES DIAMETER

På grund af tolerancen ved placeringen af huller og tolerancen på boltediameter (d) og huldiameter (d_0), er det nødvendigt, at boltehullerne har en frigang (*figur 4*).

I samlinger med hulrandsbærende bolte kan frigangen betyde, at der opstår glidning mellem pladerne, når lasten påføres.

I tilfælde, hvor påvirkningen optræder med skiftende fortegn, kan der optræde glidning mellem pladerne med vekslende retning, for hver lastpåførsel. Normalt accepteres sådanne bevægelser ikke.

Bortset fra pasbolte, eller hvor huller med lille frigang eller huller i overstørrelse er angivet, skal den nominelle frigang i standardhuller være:

- 1 mm for M12 og M14 bolte
- 2 mm for M16 til M24 bolte
- 3 mm for M27 og større bolte.

Huller med mindre frigang end standardhuller kan specificeres.

For M12 og M14 bolte kan der også angives huller med 2 mm frigang, forudsat at beregningerne opfylder følgende krav:

- for bolte i klasse 4.8, 5.8, 6.8 og 10.9 skal den regningsmæssige forskydningsbæreevne $F_{v,Rd}$ beregnes som 0,85 gange den værdi, der fås med formlerne (3) til (5).
- at den regningsmæssige forskydningsstyrke $F_{v,Rd}$ (reduceret som ovenfor om nødvendigt) ikke er mindre end den regningsmæssige hulrandsstyrke $F_{b,Rd}$.

Huller til bolte kan udføres som borede eller lokkede. Lokning af huller i stål er meget hurtigere end boring, men der kan opstå revner i materialet og derfor bliver hullerne i nogle tilfælde ikke lokket i fuld størrelse, men 2 mm mindre i diameter og derefter revet op til fuld størrelse. Nye maskiner til lokning opererer ved høj hastighed og giver mindre forstyrrelse i materialet, og det forventes, at lokning vil blive tilladt i større omfang i fremtiden.

Hvis der ikke foreligger specifikationer, er lokning tilladt i materialer med en tykkelse på op til 25 mm under forudsætning af, at huldiameteren ikke er mindre end pladetykkelsen.

Grater skal fjernes fra hullerne før samlingen undtagen i de tilfælde, hvor hullerne bores i en operation igennem dele, der er holdt sammen, og som ikke adskilles efter boringen.

6. NOMINELT AREAL OG SPÆNDINGSAREAL FOR BOLTE

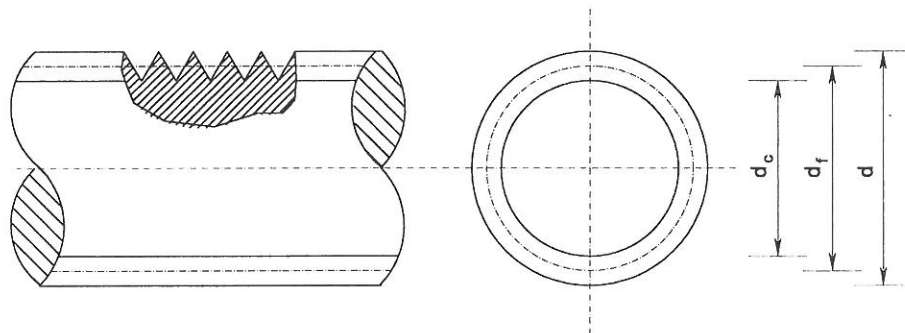
Bolte i stålkonstruktioner skal opfylde kravene til ISO 898/1 (1).

Figur 5 viser definitionen på de forskellige diametre for en sådan bolt. Arealet af skaftet, som benyttes i dimensioneringsformler kaldes, skaftarealet A :

$$A = \pi d^2/4 \quad (1)$$

arealet af den gevindskårne del, som benyttes i dimensioneringsformler, kaldes spændingsarealet A_s :

$$A_s = \pi d_s^2/4 \quad (2)$$



Figur 5. Definitioner af boltediametre

Spændingsarealets diameter d_s er noget større end kerner diameteren, fordi brudplanen altid vil indeholde mindst et gevind.

d_s er middelværdien af kerner diameteren (d_c) og gevindets flankediameter (d_f), der igen er middelværdien af kerner diameter og den nominelle diameter (d):

$$d_f = \frac{d_c + d}{2}$$

$$d_s = \frac{d_f + d_c}{2}$$

Værdier af A_s for almindelige bolte er givet i tabel 2.

Nominel diameter d_b (mm)	Nominelt area A (mm ²)	Spændingsareal A_s (mm ²)
8	50,3	36,6
10	78,5	58,0
12	113	84,3
14	154	115
16	201	157
18	254	192
20	314	245
22	380	303
24	452	353
27	573	459
30	707	561

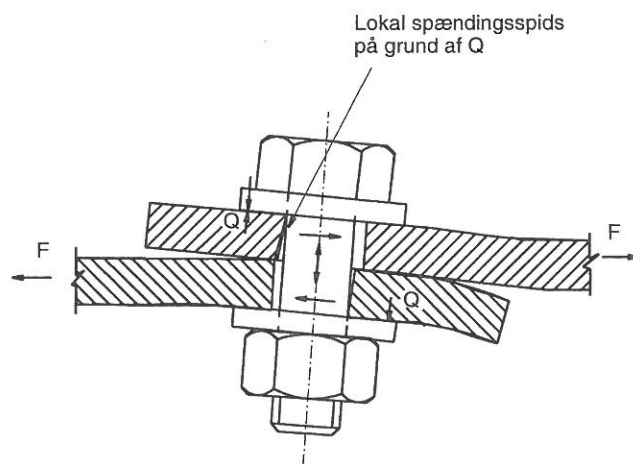
Tabel 2. Spændingsareal for bolte

(Bemærk: A_s afviger lidt fra tilsvarende tabelværdier i fx. Teknisk Ståbi)

7. OVERKLIPNINGSBÆREEVNE

7.1 Normale samlinger

Forskydningsforsøg med bolte har vist, at forskydningsstyrken er omkring 60% af trækstyrken. Den effektive forskydningsstyrke af bolte i samlinger reduceres på grund af de sekundære bøjningspåvirkninger, der opstår som følge af ujævn fordeling af hulrandstrykket mod pladerne, og fra bøjning af bolten, fordi hullet er større end boltediameteren. For en given diameter øges reduktionen med boltens længde. Det er særlig udtalt i overlapsamlinger med en enkelt bolt, hvor kraften forsøger at rette samlingen ud og dreje bolten som vist på *figur 6*. Det medfører, at der opstår både forskydning og træk i bolten, og desuden bøjningsspændinger lokalt under boltehoved og møtrik.



Figur 6. Deformationer i overlapstød med 1 bolt.

Reduktionen i overklipningsbæreevne for en samling med en enkelt bolt kan udgøre ca. 10%. Ved at øge samlingens længde, det vil sige antallet af bolte, reduceres bøjningspåvirkningen og dermed tabet i forskydningsstyrke.

De lokale bøjningsspændinger under boltehoved og møtrik i den på *figur 6* viste samling med en enkelt bolt kan resultere i en dårlig modstandsevne over for udmattelseslast.

Den regningsmæssige forskydningsstyrke eller overklipningsbæreevnen pr. snit af en bolt, er under normale forhold:

- (a) For snit gennem gevinddelen af bolten:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}} \quad \text{for kvalitetsklasse 4.6, 5.6 og 8.8} \quad (3)$$

$$F_{v,Rd} = \frac{0,5 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}} \quad \text{for kvalitetsklasse 4.8, 5.8, 6.8 og 10.9} \quad (4)$$

Koefficienten 0,5 er resultatet af en statistisk bearbejdning af resultaterne fra et meget stort antal prøver. Det viser sig, at bolte i disse klasser er mindre seje, og at bruddet opstår uvarslet.

- (b) For snit gennem bolteskaftet, udenfor den gevindskårene del:

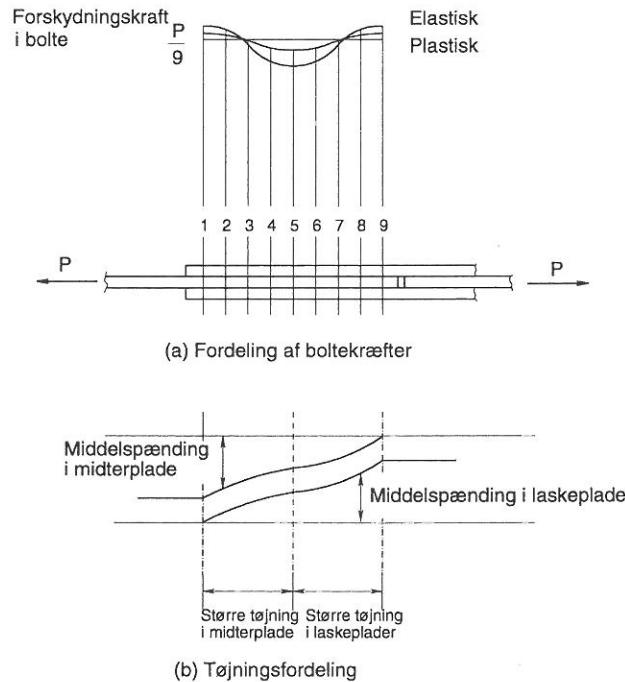
$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 f_{ub} A}{\gamma_{Mb}} \quad (5)$$

7.2 Lange samlinger

Fordelingen af kraften mellem boltene i en samling, efter at frigangen er overvundet, afhænger af samlingens længde, forholdet mellem pladernes tværsnitsarealer, boltenes indbyrdes afstand samt deformationskapaciteten over for forskydning af bolte og af de omgivende pladedele.

Figur 7 viser fordelingen af kraften mellem boltene i en lang samling. Den kraft, der overføres af de yderste bolte (1 og 9 på figuren), er større end den, der overføres af boltene omkring midten, af samlingen. Hvis det samlede areal af laskepladerne er større end pladen i midten vil fordelingen ikke være symmetrisk, og bolt 1 vil overføre en større del af kraften end de øvrige.

Når der opstår flydning, vil boltene være mindre stive, og det medfører en mere jævn fordeling af kraften (den punkterede linie i *figur 7*). Imidlertid vil denne effekt ikke være tilstrækkelig til, at der opnås en helt jævn fordeling af kraften i lange stålsamlinger af normale dimensioner. I disse vil de yderste bolte nå deformationsgrænsen og dermed svigte, før de øvrige er fuld belastede. Dette resulterer i et progressivt brud for en gennemsnitlig forskydningskraft pr. bolt, der er lavere end den enkelte bolts overklipningsbæreevne. Forsøg har vist, at det i højere grad er samlingens længde end antallet af bolte, der er den dominerende parameter [3].



Note:
 Spændinger optegnet i situation hvor laskepladernes samlede areal er lig med midterpladens areal

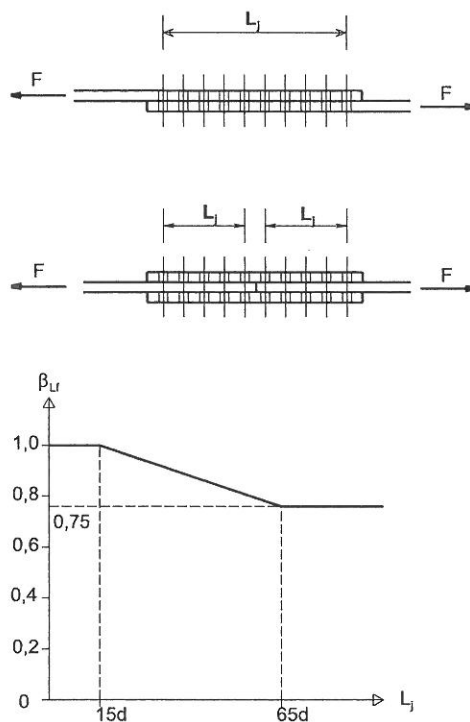
Figur 7. Fordeling af kræfter i lang boltesamling

Såfremt afstanden L_j mellem boltene i en samling, målt i kraftretningen (se figur 8), er større end $15d$, (d er boltens nominelle diameter) skal forskydningsstyrken for alle bolte multipliceres med en reduktionsfaktor β_{Lf} , der beregnes af:

$$\beta_{Lf} = 1 - \frac{L_j - 15d}{200d}$$

$$\text{dog } 0,75 \leq \beta_{Lf} \leq 1,0.$$

Denne bestemmelse er ikke anvendelig, når kraftoverførslen er jævnt fordelt over samlingens længde, som f. eks. ved overførsel af forskydningskraft fra kroppladen i et tværsnit til flangen.



Figur 8. Reduktionsfaktor for bolte i lange samlinger.

8. HULRANDSBÆREEVNEN

Flydning på grund af tryk mellem bolteskaft og plademateriale kan resultere i store deformationer i pladen omkring boltehullet, og eventuelt også bøjning af bolten.

Det areal, der optager hulrandstrykket antages at være produktet af pladetykkelsen og boltens nominelle diameter.

Afstanden (e_1) fra bolten til enden af pladen skal være tilstrækkelig stor til at hindre udrivning af bolten som vist på *figur 9*. Modstandsevnen mod denne brudform afhænger af det forskydningspåvirkede areal.

Tilstedeværelsen af gevind i kontaktfladen har ingen afgørende betydning for hulrandsstyrken, men vil forøge deformationerne.

Hvis overlappingsbæreevnen er større end pladernes hulrandsbæreevnen, vil en af de på *figur 9* viste brudformer opstå. I disse tilfælde vil samlingens deformationskapacitet være meget stor, og samlingens virkemåde er sej.

I modsat fald, hvor der opstår forskydningsbrud i boltene, er samlingens deformationskapacitet ringe og dens virkemåde skør.

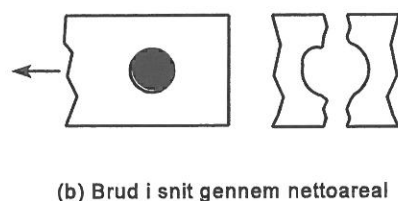
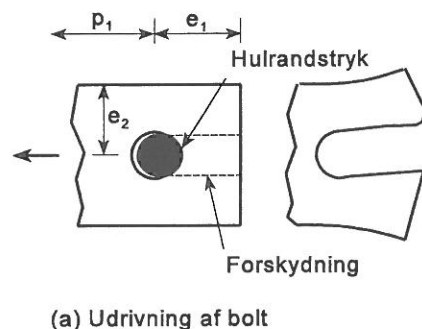
Den regningsmæssige hulrandsbæreevne for en bolt [4] er:

$$F_{b.Rd} = \frac{2,5 \alpha f_u d t}{\gamma_{M2}} \quad (6)$$

hvor α tages som den mindste af følgende værdier:

$$\frac{e_1}{3d_o} ; \quad \frac{p_1}{3d_o} - \frac{1}{4} ; \quad \frac{f_{ub}}{f_u} \text{ eller } 1,0$$

Reduktionskoefficienten α er nødvendig, fordi deformationskapaciteten er lille, når afstanden til pladens ende er kort.



Figur 9. Brudformer.

Hvis nettoarealet af en plade er lille, kan samlingens bæreevne afhænge af, om der opstår brud i et snit gennem nettoarealet (figur 9).

Ligning (6) for hulrandsbæreevnen gælder kun, når kantafstanden e_2 ikke er mindre end $1,5 d_o$ og bolteafstanden p_2 (figur 13), målt vinkelret på kraftens retning, er mindst $3,0 d_o$.

Hvis e_2 reduceres til $1,2 d_o$, og/eller p_2 reduceres til $2,4 d_o$, skal hulrandsbæreevnen $F_{b,Rd}$ reduceres til $2/3$ af værdien fra ligning (6).

For mellemliggende værdier, $1,2 d_o < e_2 \leq 1,5 d_o$ og/eller $2,4 d_o \leq p_2 \leq 3 d_o$, kan $F_{b,Rd}$ bestemmes ved lineær interpolation.

9. TRÆKBÆREEVNE

Den aksiale trækstyrke af en bolt baseres på spændingsarealet A_s og er givet ved:

$$F_t = f_{u,b} \cdot A_s$$

På grundlag af en statistisk bearbejdning af resultaterne fra et meget stort antal prøver er følgende formel indført:

$$F_t = 0,9 \cdot f_{u,b} \cdot A_s$$

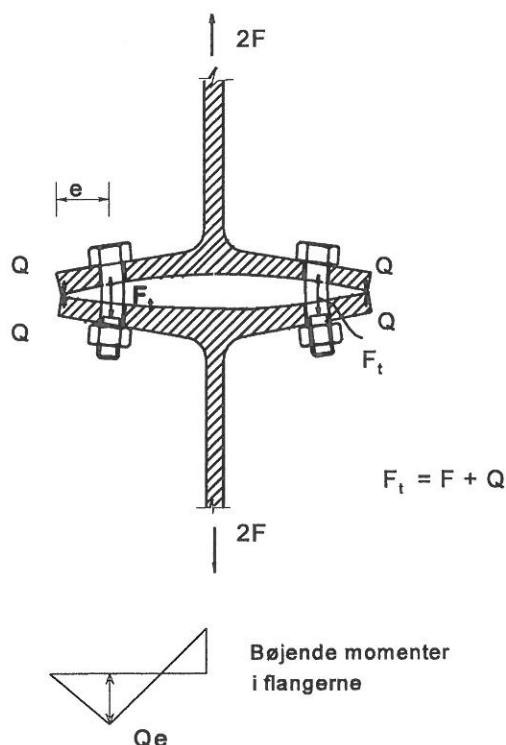
Den regningsmæssige træk bæreevne for en bolt er givet ved:

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{Mb}} \quad (7)$$

Hvis den angribende kraft virker ekscentrisk i forhold til boltens akse, vil trækket normalt øges som følge af modholdskræfter (Prying).

Denne effekt kan illustreres med et T-formet element, der påføres en trækraft $2F$ som vist på figur 10. På grund af flangepladernes bøjning omkring boltene, hvor de fastholdes, vil der opstå de viste modholdskræfter (Q) mellem flangernes kanter. En ligevægtsbetragtning giver derfor en trækraft i boltene på $F_b = F + Q$.

Forholdet Q/F afhænger af geometrien og stivheden af flanger og bolte, men en beregning af dette forhold, hvor der tages hensyn til alle parametre, ligger uden for rammerne af denne lektion. Emnet behandles nærmere i lektion 11.4.



Figur 10. Modholdskræfter (Prying).

10. BOLTE PÅVIRKET TIL FORSKYDNING OG TRÆK

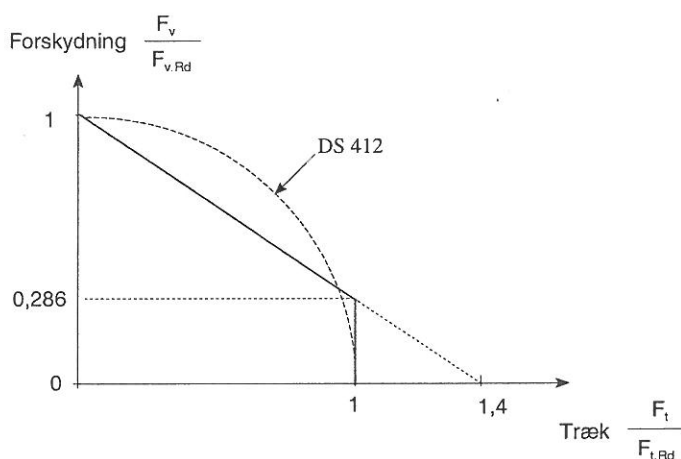
Bolte kan være påvirket med en kombination af forskydnings- og trækspændinger, som f. eks. i samlingen vist i figur 3. Det betyder, at der optræder både en forskydningskraft F_v og en trækraft F_t i forskydningsplanet.

Den samlede virkning af de to kræfter er undersøgt i laboratorieforsøg [5], og resultaterne viser, at bolte, der påvirkes med en kombination af forskydning og træk, skal opfylde følgende bi-lineære betingelse:

$$\frac{F_v}{F_{v,Rd}} + \frac{F_t}{1,4 F_{t,Rd}} \leq 1,0$$

Det betyder, at den fulde værdi af trækbæreevnen er intakt samtidig med, at der optræder en forskydningskraft på op til ca. 30% af forskydningsbæreevnen $F_{v,Rd}$, som det fremgår af interaktionsdiagrammet figur 11.

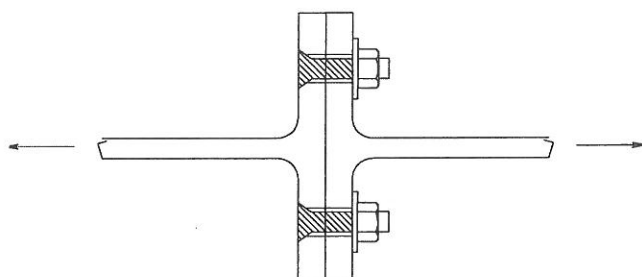
Denne egenskab er nyttig i boltesamlinger som den, der er vist i *figur 2* (M og V), eller i tilfældet med boltene B i *figur 3*. I *figur 11* er også indføjet den interaktionsbetingelse der benyttes i DS 412.



Figur 11. Interaktionsdiagram for kombineret træk og forskydning.

For snit gennem gevinddelen gælder de regningsmæssige forskydnings- og trækstyrker, $F_{v,Rd}$ og $F_{t,Rd}$ for kun for bolte der er fremstillet i overensstemmelse med ISO Standarden [1, 6]. For andre emner med skåret gevind skal værdierne reduceres med en faktor 0,85. Det gælder f. eks. fundamentalsbolte og trækstænger, der udføres af rundstål, hvor gevindet udføres af stålentreprenøren, og ikke af et firma med speciale i boltefabrikation.

På grund af den specielle form på boltehovedet, der benyttes til forsænkede bolte (se *figur 12*), skal den regningsmæssige træk- og forskydningsstyrke også reduceres for disse bolte.



Figur 12. Bolt med undersænket hoved.

11. AFSTANDSKRAV

11.1 Grundlag

Boltehullerne skal placeres, så de forhindrer korrosion og lokal foldning og således, at montering af boltene kan ske bekvemt. Boltehullerne skal ligeledes placeres i overensstemmelse med de afstandsregler, der benyttes i forbindelse med fastlæggelsen af boltens regningsmæssige styrke i henhold til Eurocode 3 (2).

11.2 Samlinger med plader

11.2.1 Minimumsafstand til pladeender

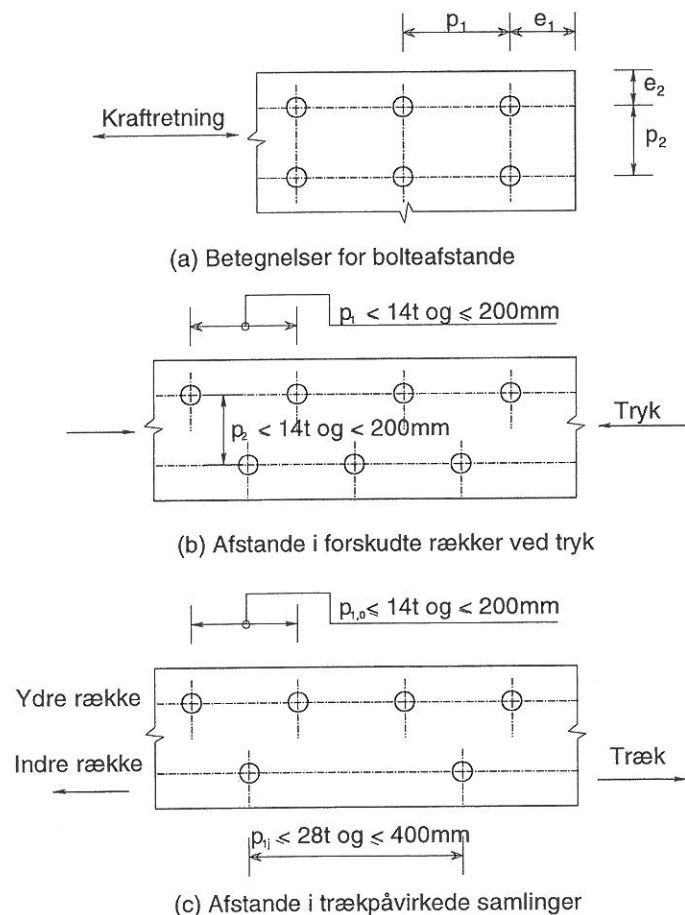
Afstanden e_1 fra midten af boltehullet til pladeenden, målt i kraftens retning (se figur 13a), må ikke være mindre end $1,2 d_o$, hvor d_o er huldiameteren.

Afstanden skal øges, hvis det er nødvendigt for at sikre den tilstrækkelige hulrandsstyrke, se afsnit 8.

11.2.2 Minimumsafstand til pladekanter

Kantafstanden e_2 fra midten af boltehullet til pladens kant, målt vinkelret på kraftretningen (se figur 13a), skal normalt være mindst $1,5 d_o$.

Kantafstanden kan dog reduceres til $1,2 d_o$ forudsat, at hulrandsbæreevnen reduceres tilsvarende, som angivet i afsnit 8.



Figur 13. Afstandskrav

11.2.3 Maximumsafstande til pladeender og kanter

Såfremt samlingen udsættes for vejrpåvirkninger eller på anden måde for korrosion, må afstanden til ender og kanter ikke overstige $40 \text{ mm} + 4t$, hvor t er tykkelsen af den tyndeste af samlede dele.

I andre andre tilfælde må afstanden til ender og kanter ikke overstige den største af værdierne 12t og 150 mm.

Også af hensyn til foldning af den udragende pladedel må kantafstanden ikke overskride maximumsværdien. Det gælder dog ikke for de bolte, der anvendes i forbindelser, der sammenkobler trækstænger. Afstandskravet til pladeender påvirkes ikke af hensynet til foldning.

11.2.4 Minimums bolteafstande

Den indbyrdes afstand p_1 mellem midten af boltene i kraftens retning (se figur 13b) må ikke være mindre end $2,2 d_o$. Denne afstand skal forøges, hvis det er nødvendigt af hensyn til hulrandstyrken, se afsnit 8.

Afstanden p_2 mellem bolterækkerne, målt vinkelret på kraftens retning (se figur 13b), må normalt ikke være mindre end $3,0 d_o$. Denne afstand kan dog reduceres til $2,4 d_o$ såfremt den regningsmæssige hulrandstyrke reduceres tilsvarende, se afsnit 8.

11.2.5 Maximums bolteafstande i trykpåvirkede samlinger

Afstanden p_1 mellem boltene i den enkelte række og afstanden p_2 mellem rækkerne må ikke være større end den mindste af værdierne 14t og 200 mm. Rækkerne kan forskydes symmetrisk som vist på figur 13b.

Centerafstanden mellem bolte må heller ikke overstige maximumsværdierne af hensyn til faren for lokal foldning af den mellemliggende pladedel.

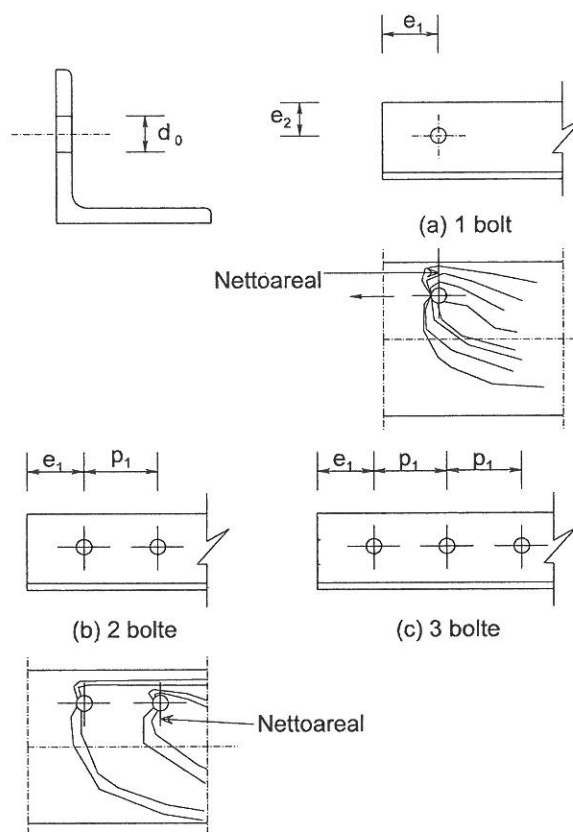
11.2.6 Maximums bolteafstande i trækpåvirkede samlinger

I trækpåvirkede samlinger kan centerafstanden $p_{1,i}$ for bolte i de indre rækker vælges dobbelt så store som angivet i afsnit 11.2.5 for trykpåvirkede samlinger, forudsat at afstanden $p_{1,o}$ i den ydre række langs hver kant ikke overstiger værdierne givet i afsnit 11.2.5, se figur 13c.

Begge disse værdier kan øges med faktoren 1,5 for samlinger, der ikke udsættes for vejrpåvirkninger eller på anden måde for korrosion.

11.3 Vinkeljern forbundet med bolte i den ene flig

I de tilfælde, hvor et element er usymmetrisk eller det er usymmetrisk forbundet som f. eks. når et vinkeljern forbindes i den ene flig, vil boltens ekscentricitet og effekten af indbyrdes afstande og randafstande afgøre den regningsmæssige bæreevne.



Figur 14. Boltesamlinger i vinkeljern.

Vinkeljern, der forbindes med en enkelt række bolte i den ene flig, se *figur 14*, kan behandles som værende centralt belastede, og den regningsmæssige styrke kan bestemmes af følgende udtryk:

$$\text{med 1 bolt:} \quad N_{u,Rd} = \frac{2,0 (e_2 - 0,5 d_0) t f_u}{\gamma_{M2}}$$

$$\text{med 2 bolte:} \quad N_{u,Rd} = \frac{\beta_2 A_{\text{net}} f_u}{\gamma_{M2}}$$

$$\text{med 3 eller flere bolte:} \quad N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 A_{\text{net}} f_u}{\gamma_{M2}}$$

β_2 og β_3 er reduktionsfaktorer, der afhænger af afstanden p_1 som anført i *tabel 3*. For mellemliggende værdier af p_1 kan β_2 og β_3 bestemmes ved lineær interpolation,

A_{net} er vinkeljernets nettoareal. For et uligeformet vinkeljern forbundet i den mindste flig skal A_{net} tages som nettoarealet af et tilsvarende ligeformet vinkeljern med flige som den mindste flig,

f_u er vinkeljernets brudspænding og γ_{M2} er den hertil hørende partialkoefficient.

Afstand	p_1	$\leq 2,5 d_o$	$\geq 5,0 d_o$
2 bolte	β_2	0,4	0,7
3 eller flere bolte	β_3	0,5	0,7

Tabel 3. Reduktionfaktorer β_2 and β_3

11. AFSLUTTENDE RESUME

- Ved dimensionering af en bolt er det nødvendigt at fastlægge, om det drejer sig om et tværsnit i boltens skaft eller i gevinddelen.
- Hulrandsbæreevnen af de forbundne plader afhænger af afstanden mellem boltene og afstanden mellem bolt og pladens kant eller ende.
- Trækbæreevnen af en bolt aftager, når kraftens angrebslinie er ekscentrisk i forhold til boltens centerlinie.
- Forskydningsbæreevnen reduceres, når der samtidig optræder en trækraft og omvendt.
- Når vinkeljern forbindes i den ene flig, vil der opstå bøjning, og profilets bæreevne må reduceres.

12. LITTERATURHENVISNINGER

- [1] ISO 898/1 - International Standard Mechanical Properties of Fasteners. Part 1: Bolts, screws and studs.
- [2] DD ENV 1993-1-1: 1992, Eurocode 3 "Design of Steel Structures". Part 1: General Rules and Rules for Buildings.
- [3] Kulak, G. L., Fisher, J. W. and Struik, J. H., A Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints, 2nd ed, 1987, Wiley.
- [4] European Recommendations for Bolted Connections in Structural Steelwork. ECCS publication - Document No. 38.
- [5] Shakir-Khalil, H and Ho, C. M., Black Bolts under Combined Tension and Shear, The Structural Engineer, 57B, No 4 (1979).
- [6] ISO 898/2 - International Standard Mechanical Properties of Fasteners. Part 2: Nuts with Specified Proof Load Values.

